

Вариант 1

- Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «КНИГА». Ребёнок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «книга».
- Эксперт оценивает качественный уровень трёх видов изделий по потребительским признакам. Вероятность того, что изделие первого вида будет присвоен знак качества, равна 0,9; для изделия второго вида эта вероятность равна 0,8; а для изделия третьего вида 0,7. Найти вероятность того, что знак качества будет присвоен: а) всем изделиям; б) только одному изделию; в) хотя бы одному изделию.
- Три охотника одновременно и независимо стреляют в кабана. Известно, что первый попадает с вероятностью 0,8, второй 0,4, а третий - 0,2. Кабан убит, и в нём обнаружены две пули. Как делить кабана?
- Банк имеет шесть отделений. С вероятностью 0,2 независимо от других каждое отделение может заказать на завтра крупную сумму денег. В конце рабочего дня один из вице-президентов банка знакомится с поступившими заявками. Какова вероятность, что будет: а) ровно две заявки; б) хотя бы одна заявка. Какова вероятность того, что есть заявка от первого отделения, если поступило две заявки?
- Вероятность приёма каждого из 100 передаваемых сигналов равна 0,75. Найдите вероятность того, что будет принято: а) ровно 70 сигналов; б) от 71 до 80 сигналов.
- Инвестор может формировать портфель из различных видов ценных бумаг, нормы прибыли по которым являются случайными величинами $X_1, \dots, X_n$, $MX_1 = a_i, DX_i = \sigma_i, \text{cov}(X_i, X_j) = 0, i \neq j$. Определить доли вложения капитала

$q_i, 0 \leq q_i \leq 1, \sum_{i=1}^n q_i = 1$, в различные ценные бумаги, обеспечивающие среднюю норму $a=10$ и минимизирующие

дисперсию нормы прибыли портфеля $X = \sum_{i=1}^n q_i X_i$ на основе следующих данных:

i	1	2	3	4	5	6
a_i (%)	11	10	9	8	7	6
σ_i (%)	4	3	1	0,8	0,7	0,7

- В группе из 1000 человек 452 человека имеют текущие счета, 336 — имеют депозитные счета и 302 — и текущий и депозитный счета. Являются ли атрибуты "обладание депозитным счетом" и "обладание текущим счетом" статистически независимыми?
- Предполагая, что зависимость между месячными затратами на рекламу и соответствующими объемами продаж имеет вид $y = a + bx$, где x - расходы на рекламу, а y - объем продаж. Рассмотрим следующую таблицу в которой приведены данные по объему продаж и затратам на рекламу за предыдущие 12 месяцев.

Месяц	Расходы на рекламу (100 ф. ст.)	Объем продаж (100 ф. ст.)
Январь	4.1	15.6
Февраль	6.2	16.8
Март	5.8	15.9
Апрель	7.9	16.6
Май	8.6	16.4
Июнь	3.0	15.9
Июль	5.0	15.8
Август	7.2	17.0
Сентябрь	8.4	16.9
Октябрь	10.6	18.2
Ноябрь	11.0	17.5
Декабрь	7.0	15.9

- Нанести эти значения на график разброса. Объясните, исходя из полученного графика, является ли эта зависимость линейной или нелинейной.
- Вычислить степень корреляции между x и y и прокомментируйте эту зависимость.
- Определите уравнение регрессии y от показателя x и с его помощью оцените объем продаж на любой данный месяц при условии, что затраты на рекламу составят 2000 ф. ст.
- Прокомментируйте значение полученных в части (в) и поясните причину, по которым такой прогноз может быть неточен.

9. Компания, производящая средства для потери веса, утверждает, что прием таблеток в сочетании со специальной диетой позволяет сбросить в среднем в неделю 400 г веса. Случайным образом отобраны 25 человек, использующих эту терапию, и обнаружено, что в среднем еженедельная потеря в весе составила 430 г со средним квадратическим отклонением 110 г. Проверьте гипотезу о том, что средняя потеря в весе составляет 400 г. Уровень значимости $\alpha = 0,05$.

10. Туристическая компания предлагает места в гостиницах приморского курорта. Менеджера компании интересует, насколько возрастет привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью по 14 гостиницам города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров и расстояние в километрах от пляжа.

А. Расстояние, км

Б. Наполняемость, %

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

А.	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9
Б.	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76	72	75

Вариант 2

1. В ящике 2 белых и 4 чёрных шара. Один за другим вынимаются все имеющиеся в нём шары. Найти вероятность того, что последний шар будет чёрным.

2. В партии товара, состоящей из 30 мужских пальто, находится 20 изделий местного производства. Товаровед наудачу выбирает 3 изделия. Какова вероятность того, что все 3 изделия окажутся: а) местного производства; б) не местного производства.

3. Статистика запросов кредитов в банке такова: 10% - государственные органы, 30% - другие банки, остальные - физические лица. Вероятности невозврата взятого кредита соответственно таковы: 0,01, 0,05 и 0,2. Найти вероятность невозврата очередного запроса на кредит. Начальнику кредитного отдела доложили, что получено сообщение о невозврате кредита, но в факсимильном сообщении имя клиента было неразборчиво. Какова вероятность, что данный кредит не возвращает какой-то банк?

4. Какова вероятность выпадения хотя бы двух шестёрок при трёх бросаниях игральной кости?

5. Всхожесть семян данного растения равна 0,9. Найти вероятность того, что из 900 посаженных семян: а) прорастёт ровно 700; б) число проросших заключено между 790 и 830.

6. Инвестор покупает ценные бумаги за счет займа, взятого с процентной ставкой γ под залог недвижимости. Процентная ставка на ценные бумаги X - случайная величина с $MX=a$, $a>\gamma$, $DX=<72$. Какова вероятность того, что инвестор не сможет вернуть долг и лишится своей недвижимостью? Указание. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность события $(X<\gamma)$.

7. Ценная бумага может подорожать на 1% в течение следующего месяца с вероятностью 0,6. Она также может подешеветь на 1% в течение следующего месяца с вероятностью 0,4. Предполагая, что ежемесячные изменения цены независимы, рассчитайте:

а) вероятность того, что за три месяца цена станет равной $(1,01)^3$ от первоначальной;

б) вероятность того, что за три месяца цена станет равной $0,99 \cdot (1,01)^2$ от первоначальной.

8. На крупном промышленном предприятии при проведении курса технической подготовки, предназначенного для всех принятых работников рабочих специальностей, было установлено, что имеется зависимость между возрастом работника и временем, необходимым для освоения определенных навыков и умений. В таблице приведен возраст 8 работников, выбранных произвольно, а также время, необходимого для выработки у них навыков в определенной области.

Работник

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
Возраст (лет)	18	19	20	21	22	23	29	38
Время подготовки (часов)	4	3	4	6	5	8	6	7

а) с помощью метода регрессии определите продолжительность подготовки, необходимую для нового работника в возрасте 30 лет.

б) Определите коэффициент корреляции и прокомментируйте точность вашей оценки в том, что касается части (а). Какие другие факторы могут повлиять на продолжительность подготовки, необходимой для каждого работника?

9. Поступление страховых взносов в 130 филиалов страховых организаций в регионе А составило $26 \cdot 10^4$ у. е., в регионе В на 100 филиалов пришлось $18 \cdot 10^4$ у. е. Дисперсия величины страховых взносов в регионе А равна $39 \cdot 10^8$ (у. е.)², в регионе В – $25 \cdot 10^8$ (у. е.)². На уровне значимости $\alpha = 0,05$ определите, существенно ли различается средняя величина поступления страховых взносов в регионах А и В из расчета на 1 филиал.

10. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей (X) и стоимостью ежемесячного технического обслуживания (Y). Для выяснения характера этой связи было отобрано 15 автомобилей.

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	13	16	15	20	19	21	26	24	30	32	30	35	34	40	39

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

Вариант 3

1. Трое игроков в карты. Каждому из них сдано по 10 карт и две карты оставлены в прикупе. Один из игроков видит, что у него на руках 6 карт бубновой масти и 4 - не бубновой. Он сбрасывает две карты из этих четырех и берёт себе прикуп. Найти вероятность того, что он прикупит две бубновых карты.

2. В магазин поступает минеральная вода в бутылках от 2-х изготовителей: местного и иногороднего, причём местный поставляет 40% всей продукции. Вероятность того, что при транспортировке бутылка окажется разбитой, для местной 0,5%, а иногородней 2%. Какова вероятность того, что взятая наудачу бутылка окажется неразбитой. Какова ожидаемая доля (в %) разбитых бутылок.

3. (Задача Банаха). Спички в полной коробке отсырели и зажигаются с вероятностью 0,5. Друзья по очереди пытаются зажечь спичку. Какова вероятность того, что это удастся первым сделать первому?

4. В партии арбузов 80% спелых, остальные недоспелые. Наугад отобраны четыре арбуза.

Какова вероятность того, что среди них: а) не менее 3-х спелых; б) не все спелые.

5. Вероятность появления события А в опыте равна 0,2. Опыт повторили независимым образом 400 раз. Какова вероятность того, что это событие А произойдёт: а) 70 раз; б) 80 раз; в) не менее 70, но не более 90 раз; г) не менее 78 раз; д) не более 78 раз.

6. Инвестор имеет возможность составить портфель из трех видов некоррелированных бумаг, эффективности Е, и риски σ которых даны в таблице. Рассмотрите все варианты составления портфеля из этих бумаг равными долями. Дать графическое изображение всех этих портфелей точками (по осям координат - эффективность, риск). Есть ли точки, оптимальные по Парето?

i	1	2	3
Ei	2	4	6
σ_i	1	3	5

7. Изучение ежедневных изменений цен на двух финансовых рынках выявило следующее:

Рынок 1

	Рост цен	Падение цен
Рост цен	165	26
Падение цен	32	137

Рассчитайте вероятности:

а) роста цен на рынке 1;

б) роста цен на рынке 1 при условии, что цены на рынке 2 растут;

в) роста цен на рынке 2 при условии, что цены на рынке 1 растут.

8. В таблице указано количество машин, которые «КТК» имеет в каждом из своих шести региональных отделений. Ниже показана среднемесячный отделений в 1997 г.

	Ньюкасл	Саутгемптон	Кардифф	Данди	Ланкастер	Бирмингем
Кол-во машин	30	40	35	38	50	47
Средний доход (100 тыс.ф.ст)	7,1	8	6,8	7,3	9,1	9,4

а) Вычислите коэффициент корреляции между количеством машин и месячным доходом отделений «КТК». Прокомментируйте значимость этого значения.

б) определите уравнение регрессии, соотносящее эти две переменные, и с его помощью оцените среднемесячный доход предлагаемого к открытию седьмого отделения с парком из 20 машин. Прокомментируйте пригодность данной оценки. Какие дополнительные факторы могут повлиять на точность и надежность такого рода прогнозов?

9. Компания утверждает, что новый вид зубной пасты для детей лучше предохраняет зубы от кариеса, чем зубные пасты, производимые другими фирмами. Для проверки эффекта в случайном порядке была отобрана группа из 400 детей, которые пользовались новым видом зубной пасты. Другая группа из 300 детей, также случайно выбранных, в это же время пользовалась другими видами зубной пасты. После окончания эксперимента было выяснено, что у 30 детей, использующих новую пасту, и 25 детей из контрольной группы появились новые признаки кариеса. Имеются ли у компании достаточные основания для утверждения о том, что новый сорт зубной пасты эффективнее предотвращает кариес, чем другие виды зубной пасты? Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$.

10. Врач-исследователь выясняет зависимость площади пораженной части легких у людей, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения. Статистические данные, собранные им в некоторой области, имеют следующий вид:

Число лет курения	25	36	22	15	48	39	42	41	28	33
Площадь пораженной части легкого, %	55	60	50	30	75	70	70	55	30	35

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов. Если человек курил 30 лет, то сделайте прогноз о степени поражения легких у случайно выбранного пациента, больного эмфиземой.

Вариант 4

1. Обезьяне позволили 7 раз ударить по клавишам пишущей машинки (для простоты считаем, что на клавиатуре машинки 33 буквы русского алфавита и 10 цифр). Какова вероятность того, что она напечатает слово: а) «приматы»; б) «человек».
2. Магазин приобретает чай у двух фабрик, при этом первая из них составляет $\frac{2}{3}$ всего товара. Продукция высшего сорта для первой фабрики составляет 90%, а для второй 80%. Какова вероятность того, что купленная наугад пачка чая будет высшего сорта?
3. Полная колода карт делится наугад на две равные пачки по 26 листов. Какова вероятность следующих событий: а) в каждой из пачек окажется по два туза; б) в одной из пачек не будет ни одного туза, а в другой - все четыре; в) в одной из пачек будет один туз, а в другой - три.
4. В кошельке лежат 8 монет достоинством в 5 копеек и 2 монеты достоинством в 3 копейки. Наудачу выбирается монета и бросается 5 раз. Какова вероятность того, что в сумме будет 15 очков, если герб принимается за «О»?
5. Город ежедневно посещает 1000 туристов, которые днём идут обедать. Каждый из них выбирает для обеда один из двух городских ресторанов с равными вероятностями и независимо друг от друга. Владелец одного из ресторанов желает, чтобы с вероятностью 0,99 все пришедшие в его ресторан туристы могли там одновременно обедать. Сколько мест должно для этого быть в его ресторане?
6. Сформировать оптимальный портфель заданной эффективности из трех видов ценных бумаг: безрисковых эффективности, равной четырем, и некоррелированных рискованных ожидаемых эффективностей 8 и 20 с рисками 4 и 10 соответственно. Как устроена рискованная часть оптимального портфеля? При какой ожидаемой эффективности портфеля возникает необходимость в операции «short sale», и с какими ценными бумагами?
7. Для принятия решений о покупке ценных бумаг была разработана система анализа рынка. Из прошлых данных известно, что 5% рынка представляют собой «плохие» ценные бумаги — неподходящие объекты для инвестирования. Предложенная система определяет 98% «плохих» ценных бумаг как потенциально «плохие», но также определяет 15% пригодных инвестиций как потенциально «плохие». При условии, что ценная бумага была определена как потенциально «плохая», какова вероятность того, что ценная бумага в действительности «плохая»? Прокомментируйте пригодность системы для принятия инвестиционных решений.
8. Лайза Георги, начальник отдела кадров «КТК», запросила провести анализ текущей практики компании по отбору персонала. Существует мнение, что один из оценочных тестов, используемых в процессе отбора, является непригодным для этих целей, таблице ниже приведены результаты по данному тесту 10 работников, отобранных за последние пять лет. Под ними приведены оценки их трудовой деятельности со стороны их непосредственных руководителей.

Работник

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К
Результаты теста	11	13	15	15	16	17	17	18	19	19
Показатели работы	4	5	7	7	8	6	9	7	8	9

- а) Найдите степень корреляции между результатами тестирования и оценками показателей работы.
 - б) С помощью метода регрессии спрогнозируйте оценку деятельности работника, который получил бы 14 баллов по результатам тестирования. Прокомментируйте надежность такой оценки.
9. В 1995 г. число договоров добровольного страхования, заключенных государственными страховыми организациями, составило в Ростовской области $1\,858 \cdot 10^3$ на сумму $7\,461 \cdot 10^6$ руб. Негосударственные страховые организации заключили $1\,250 \cdot 10^4$ договоров добровольного страхования на сумму $34\,884 \cdot 10^6$ руб. Предположительно дисперсия страховой суммы договоров, заключенных государственными страховыми организациями, равна 1016 руб. 2 , а договоров, заключенных негосударственными страховыми организациями, - $8 \cdot 10^6$ руб. 2 . Имеются ли существенные различия в средних размерах страховых сумм договоров добровольного страхования, заключаемых государственными и негосударственными страховыми организациями? Уровень значимости α принять равным 0,01.
10. Компания, занимающаяся продажей радиоаппаратуры, установила на видеомагнитофон определенной модели цену, дифференцированную по регионам. Следующие данные показывают цены на видеомагнитофон в 8 различных регионах и соответствующее им число продаж.

Число продаж, шт.	420	380	350	400	440	380	450	420
Цена, тыс. руб.	5,5	6,0	6,5	6,0	5,0	6,5	4,5	5,0

Постройте график исходных данных и определите вид зависимости. Рассчитайте коэффициент линейной корреляции Пирсона, оцените его значимость при $\alpha = 0,01$. Постройте уравнение регрессии и объясните смысл полученных результатов.

Вариант 5

- Из шести букв: М, А, Ш, И, Н, А выбирается одна за другой и приставляются друг к другу в порядке выбора четыре буквы. Какова вероятность того, что при этом получится слово: а) «ШИНА»; б) «МАША»?
- Для трёх розничных торговых предприятий определён плановый уровень прибыли. Вероятность того, что первое предприятие выполнит план прибыли, равна 90%, для второго она составляет 95% для третьего 100%. Какова вероятность того, что плановый уровень прибыли будет достигнут: а) всеми предприятиями; б) только двумя предприятиями; в) хотя бы одним предприятием.
- Число грузовых машин, проезжающих мимо колонки, относится к числу легковых как 3:2. Вероятность того, что грузовая машина будет заправляться, равна 0,1, а того, что будет заправляться легковая 0,2. У бензоколонки заправляется машина. Какова вероятность того, что это грузовая машина?
- Вероятность поломки одного из пяти работающих независимо друг от друга станков равна 0,2. Если происходит поломка, станок до конца дня работает. Какова вероятность того, что: а) 2 станка сломаются в течение дня; б) не менее одного будут работать исправно?
- Вероятность найти белый гриб среди прочих равна $1/4$. Какова вероятность того, что: а) среди 300 грибов белых будет 75; б) белых грибов будет не менее 50 и не более 100?
- В таблице указаны курс акций Е и эффективность рынка F на протяжении ряда кварталов. Найти регрессию курса акций на эффективность рынка, а также оценки характеристик акций: «собственной» вариации v и a , ($3, R$ (эффективность безрисковых вложений равна 6)).
- Обзор счетов 400 инвесторов на фондовой бирже дал следующую информацию о числе сделок в течение последнего квартала:

Е:	25	24	24	25	26	26	26	25	24	25
F:	10	9	9	10	10	11	12	10	9	10

X Г сделок^	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число держателей финансовых инстру-	14	97	73	34	23	10	6	3	4	2	2

- постройте график распределения X;
 - найдите вероятность того, что случайно выбранный инвестор произвел: ноль сделок; по крайней мере одну сделку; больше пяти; меньше шести;
 - найдите математическое ожидание и дисперсию числа сделок.
8. Найдите степень корреляции между следующими парами значений x и y . Определите уравнение регрессии $y = a + bx$ для каждого случая:

а)

x:	2	3	4	5	6
y:	8	11	14	17	20

б)

x:	2	3	4	5	6
y:	10	8	8	5	4

в)

x:	2	3	4	5	6
y:	3	7	4	9	6

Для каждого из этих параметров с помощью уравнения регрессии определите значение y при $x=7$ и прокомментируйте вероятную точность этих прогнозов.

9. Крупный коммерческий банк заказал маркетинговое исследование по выявлению эффекта «премирования» (калькулятор, набор ручек и др.) как стимула для открытия счета в банке. Для проверки случайным образом было отобрано 200 «премированных» посетителей и 200 «непремированных». В результате выяснилось, что 89 % посетителей, которым предлагалась премия, и 79 % посетителей не предлагалась премия, открыли счет в банке в течение 6 мес. Используя эти данные, проверьте гипотезу о том, что для «премированных» посетителей, открывших счет в банке, статистически существенно отличается от удельного веса «непремированных» посетителей, открывших счет в банке. Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$.
10. Опрос случайно выбранных 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним балом по результату предыдущей сессии и числом часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

Средний балл	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Число часов	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов. Если студент занимается самостоятельно по 12 ч в неделю, то каков прогноз его успеваемости.

Вариант 6

1. Из букв слова «ротор», составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекаются 3 буквы и складываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «тор»?
2. Для магазина потребительской кооперации куплены 2 холодильника. Вероятность того, что каждый из них выдержит гарантийный срок службы составляет 90%. Какова вероятность того, что в течение гарантийного срока: а) оба холодильника не потребуют ремонта; б) только один из них потребует ремонта; в) хотя бы один не потребует ремонта?
3. В ящике 3 белых и 7 чёрных носков. Один носок вынут и отложен в сторону. Какова вероятность того, что следующий вынутый носок будет белым, если цвет первого неизвестен?
4. В среднем за 5 дней рабочей недели на автоматической линии происходит 3,4 неполадок. Какова вероятность двух неполадок в каждый день работы?
5. Предполагая, что вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,6, найти вероятности следующих событий: 1) при 12 выстрелах мишень будет поражена 7 раз; 2) при 200 выстрелах цель будет поражена не менее 1 И, но не более 130; 3) при 200 выстрелах мишень будет поражена не более 110 раз; 4) при 200 выстрелах мишень будет поражена ровно 115 раз.
6. Инвестор имеет возможность составить портфель из трех видов некоррелированных бумаг, эффективности e_j и риски g_j которых даны в таблице. Рассмотрите все варианты составления $\sim$ портфеля из этих бумаг равными долями. Дайте графическое изображение всех этих портфелей $\sim$ лей точками (по осям координат — эффективность, риск). Есть ли точки, оптимальные по
7. Ожидаемая рентабельность актива А равна 8% со средним квадратическим отклонением, равным 7%. Ожидаемая рентабельность актива В равна 11% и среднее квадратическое отклонение 10%. Корреляция между этими активами 0,7. Найдите ожидаемую доходность и среднее квадратическое отклонение портфеля, состоящего на 35% из А и на 65% из В.
8. Начальник отдела маркетинга компании «Петлос» запустил провести анализ месячных доходов на рекламу и соответствующих объемов продаж всей выпускаемой продукции. В таблице приведены данные по месячным объемам выручки от реализации Barley Krisps, а также суммам расходов на рекламу данного продукта:

Месяц

	Янв	Фев	Март	Апр	Май	Июнь	Июль	Авг
Выручка(млн. долл. США)	3	3,4	3,8	4,1	3,9	4,4	4,5	4,9
Реклама(100 тыс. долл. США)	2,2	2,5	2,1	2,7	2,6	2,9	2,6	2,4

Вычислите степень корреляции между двумя наборами значений и прокомментируйте зависимость между расходами на рекламу и объемом выручки от реализации Barley Krisps.

9. Инженер по контролю качества проверяет среднее время горения нового вида электроламп. Для проверки в порядке случайной выборки было отобрано 100 ламп, среднее время горения которых составило 1 075 ч. Предположим, что среднее квадратическое отклонение времени горения для генеральной совокупности известно и составляет 100 ч. Используя уровень значимости $\alpha = 0,05$, проверьте гипотезу о том, что среднее время горения ламп – более 1 000 ч. Предположим, что инженер по контролю качества не имеет информации о генеральной дисперсии и использует выборочное среднее квадратическое отклонение. Изменится ли ответ задачи?

10. Некоторая компания недавно провела рекламную кампанию в магазинах с демонстрацией антисептических качеств своего нового моющего средства. Через 10 недель компания решила проанализировать эффективность этого вида рекламы, сопоставив еженедельные объемы продаж с расходами на рекламу (тыс. руб.).

Объем продаж, тыс. руб.	72	76	78	70	68	80	82	65	62	90
Расходы на рекламу, тыс. руб.	5	8	6	5	3	9	12	4	3	10

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

Вариант 7

1. На пяти одинаковых карточках написаны буквы Б, Е, Р, С, Т. Эти карточки наудачу расположены в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «БРЕСТ»?
2. В партии из 10 радиоприёмников имеется 2 неисправных. Наудачу отобраны 2 радиоприёмника. Каковы возможные случаи их выбора и соответствующие им вероятности?
3. В ящике 3 белых и 7 чёрных носков. Один носок вынут и отложен в сторону. Следующий наугад вынутый носок оказался белым. Какова вероятность того, что отложенный носок был белым?
4. В помещении 4 лампы. Вероятность работы в течение года для каждой лампы равна 0,8. Какова вероятность того, что к концу года горят 3 лампы. Чему равно наименее вероятное число ламп, которые будут работать в течение года?
5. Пусть вероятность того, что покупателю необходима женская обувь 36-го размера, равна 0,3. Какова вероятность того, что среди 2000 покупателей таких окажется: а) не менее 575; б) от 570 до 630 включительно; в) ровно 500?
6. Сформируйте оптимальный портфель заданной эффективности из трех видов ценных бумаг: безрисковых эффективности единице, и некоррелированных рискованных ожидаемых эффективностей 3 и 5 с рисками 2 и 4 соответственно. Как устроена рискованная часть оптимального портфеля? При какой ожидаемой эффективности портфеля возникает необходимость в операции «short sale» и с какими ценными бумагами?
7. Текущая цена акции может быть приблизительно смоделирована при помощи нормального распределения с математическим ожиданием £15,28 и средним квадратическим отклонением, равным £0,12. Рассчитайте вероятности того, что цена:
а) не ниже £15,5; в) между £15,10 и £15,40;
б) не выше £15,00; г) между £15,05 и £15,10
8. Начальник отдела маркетинга компании «Петлос» запустил провести анализ месячных доходов на рекламу и соответствующих объемов продаж всей выпускаемой продукции. В таблице приведены данные по месячным объемам выручки от реализации Barley Krisps, а также суммам расходов на рекламу данного продукта:

Месяц								
	Янв	Фев	Март	Апр	Май	Июнь	Июль	Авг
Выручка(млн. долл. США)	3	3,4	3,8	4,1	3,9	4,4	4,5	4,9
Реклама(100 тыс. долл. США)	2,2	2,5	2,1	2,7	2,6	2,9	2,6	2,4

Вычислите степень корреляции между двумя наборами значений и прокомментируйте зависимость между расходами на рекламу и объемом выручки от реализации Barley Krisps.

9. Компания, выпускающая в продажу новый сорт растворимого кофе, провела проверку вкусов покупателей по случайной выборке из 400 человек и выяснила, что 220 из них предпочли новый сорт всем остальным. Проверьте на уровне значимости $\alpha = 0,01$ гипотезу о том, что, по крайней мере, 52 % потребителей предпочтут новый сорт кофе.

10. предположим, что мы имеем случайную выборку из 10 домохозяйств для изучения связи между числом холодильников в домохозяйстве и числом членов домохозяйства. X – число членов домохозяйства; Y – число холодильников.

X	6	2	4	3	4	4	6	3	2	2
Y	4	1	3	2	2	3	4	1	2	2

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0,01$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

Вариант 8

1. На пяти одинаковых карточках написаны буквы Л, М, О, О, Т. Какова вероятность того, что, извлекая карточки по одной наугад, получится в порядке их выхода слово «молот»?
2. В партии из 8 телевизоров половина не настроены. Наудачу отобраны 3 телевизора. Какова вероятность того, что в число отобранных попадает хотя бы один настроенный?
3. Два охотника одновременно стреляют одинаковыми пулями в медведя. В результате медведь был убит одной пулей. Как охотники должны поделить шкуру убитого медведя, если известно, что вероятность попадания у первого охотника 0,3, а у второго 0,6?
4. Какова вероятность получения 70% или более правильных ответов при простом отгадывании не экзамене, состоящем в определении истинности или ложности 10 утверждений?
5. Вероятность рождения мальчика $p = 0,512$. Считая применимыми локальную и интегральную теоремы Муавра-Лапласа, вычислить вероятность события: $A =$ (среди 100 новорожденных будет 51 мальчик), $B =$ (среди 100 новорожденных будет больше мальчиков, чем девочек).
6. В таблице указаны курс акций E и эффективность рынка F на протяжении ряда кварталов. Найдите регрессию курса акций на эффективность рынка, а также оценки характеристик акций: «собственной» вариации v и st , p , R (эффективность безрисковых вложений равна 6)
7. Цена некой ценной бумаги нормально распределена. В течение последнего года на протяжении 20% рабочих дней цена была ниже 20. В 75% случаев цена была выше 25. Найдите математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение цены. Критически рассмотрите применение нормального распределения в данной ситуации. Объясните, как логнормальное распределение может быть использовано для преодоления проблемы.
8. Наборы данных отражают результаты группы кандидатов при прохождении ими тестов. С помощью графика разброса проиллюстрируйте полученные результаты, а также вычислите коэффициент корреляции для каждого случая. Прокомментируйте зависимость между результатами двух тестов в каждом из примеров:

а)

Кандидат:	A	Б	В	Г	д
Тест X:	2	3	5	6	9
Тест Y:	3	5	9	11	17

б)

Кандидат:	A	Б	В	г	Д
Тест L:	2	2	4	5	7
Тест M:	8	7	6	5	4

в)

Кандидат:	A	Б	В	Г	Д
Тест S:	2	3	5	7	8
Тест T:	1	1	3	4	6

9. Страховая компания изучает вероятность дорожных происшествий для подростков, имеющих мотоциклы. За прошедший год проведена случайная выборка 2 000 страховых полисов подростков-мотоциклистов и выявлено, что 15 из них попадали в дорожные происшествия и предъявили компании требование о компенсации за ущерб. Может ли аналитик компании отклонить гипотезу о том, что менее 1 % всех подростков-мотоциклистов, имеющих страховые полисы, попадали в дорожные происшествия в прошлом году? Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$.

10. Имеются выборочные данные о стаже работы (X , лет) и выработке одного рабочего за смену (Y , шт.).

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

Вариант 9

1. На пяти одинаковых карточках написаны буквы, на двух карточках «Л», на остальных трёх «И». Выкладывают наудачу эти карточки в ряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «ЛИЛИИ»?
2. В партии из 80 одинаковых по внешнему виду изделий сделаны 30 изделий I сорта и 50 изделий II сорта. Какова вероятность того, что взятые наудачу два изделия окажутся: а) одного сорта; б) разных сортов?
3. Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы 4 студента, из второй - 6, из третьей - 5 студентов. Вероятности того, что отобранный студент из первой, второй, третьей группы попадёт в сборную института, равны соответственно 0,5, 0,4 и 0,3. Наудачу выбранный участник соревнований попал в сборную. К какой из этих групп он вероятнее принадлежит?
4. Всхожесть семян составляет в среднем 80%. Найти наивероятнейшее число всхожих среди 9 семян.
5. Вероятность приёма каждого из 100 передаваемых сигналов равна 0,75. Какова вероятность того, что: а) будет принято от 71 до 80 сигналов; б) ровно 60 сигналов.
6. Рассмотрим несколько различных операций (Q_1, Q_2, Q_3) со случайным доходом. Вычислите для всех операций ожидаемый доход Q , СКО σ . Нанесите эти характеристики на единый рисунок, получив графическое изображение операции. С помощью взвешивающей формулы $E(Q, \sigma) = 4Q - \sigma$ найдите лучшую и худшую операции.
7. Ценная бумага может подорожать на 1% в течение следующего месяца с вероятностью 0,6. Она также может подешеветь на 1% в течение следующего месяца с вероятностью 0,4. Предположим, что ценная бумага в данный момент стоит £10. Найдите вероятность того, что она будет стоить £10,40 через год.
8. Известно, что в среднечасовой объём производства на сборочной линии составляет 1200 единиц. После введения новой системы вознаграждения и предоставления льгот производственным рабочим в течение 50 дней было проведено выборочное обследование, в ходе которого было установлено, что среднечасовой объём выпуска составил 1240 единиц со среднеквадратическим отклонением 150 единиц. Начальник отдела кадров утверждает, что новая система вознаграждения и предоставления льгот привела к изменению объёма выпуска. С помощью метода оценки гипотезы проверьте допущение, что среднечасовой объём выпуска так и остался равным 1200 единицам. Прокомментируйте полученные результаты.
9. Новое лекарство, изобретенное для лечения атеросклероза, должно пройти экспериментальную проверку для выяснения возможных побочных эффектов. В ходе эксперимента лекарство принимали 4 тыс. мужчин и 5 тыс. женщин. Результаты выявили, что 60 мужчин и 100 женщин испытывали побочные эффекты при приеме нового медикамента. Можем ли мы на основании эксперимента утверждать, что побочные эффекты нового лекарства у женщин проявляются в большей степени, чем у мужчин? Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$.
10. Изучается зависимость себестоимости единицы изделия (Y , тыс. руб.) от величины выпуска продукции (X , тыс. шт.) по группам предприятий за отчетный период. Экономист обследовал 5 предприятий и получил следующие данные.

X	2	3	4	5	6
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4

Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определите выборочное уравнение линейной регрессии и объясните смысл полученных коэффициентов. Каковы значимость коэффициента корреляции, направление и частота связи между показателями Y и X , если уровень значимости принять равным 0,05?

Q1	-10	0	10	30
	од	0,2	0,5	0,2
Q2	-10	0	10	30
	0,3	0,2	0,1	0,4
Q3	-10	0	10	30
	0,3	0,1	0,2	0,4

Вариант 10

1. При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что они нечётные и разные. Какова вероятность того, что номер набран правильно?
2. В двух ящиках находятся радиолампы. В первом ящике 12 ламп, из них одна нестандартная. Во втором ящике 10, из них две нестандартные. Из первого ящика наудачу взята лампа и переложена во второй. Какова вероятность того, что наудачу извлечённая из второго ящика лампа будет нестандартной?
3. В первом ящике 2 голубых и 6 красных носков, во втором 4 голубых и 2 красных. Из первого наудачу переложили 2 носка во второй, после чего из второго наудачу достали 1 носок. Какова вероятность того, что этот носок голубой? „J
4. Пусть вероятность того, что покупателю необходима мужская обувь 41 размера, равна 0,25. Какова вероятность того, что из 6 покупателей по крайней мере двум необходима обувь 41 размера?
5. При штамповке металлических клемм получается в среднем 90% годных. Какова вероятность того, что среди 900 клемм: а) окажется от 790 до 820 (включительно) годных; б) ровно 700 годных?

Q1	-10	0	20	50
	0,1	0,2	0,5	0,2
Q1	-10	0	20	50
	0,3	0,2	0,1	0,4
Q3	-10	0	20	50
	0,3	0,1	0,2	0,4

6. Рассмотрим несколько различных операций (Q1 Q2, Q3) со случайным доходом. Вычислите для всех операций ожидаемый доход Q, СКО г. Нанесите эти характеристики на единый рисунок, получив графическое изображение операции. С помощью взвешивающей формулы $E(Q, g) = 5Q - g$ найдите лучшую и худшую операции.

7. В брокерской конторе для стимулирования прибыльности торговли по отношению к сотрудникам применяется система премий. В соответствии с этой системой сотрудник, не достигший установленного дневного уровня прибыли на протяжении более трех дней за две недели (10 рабочих дней), теряет свою премию за этот двухнедельный период. Если вероятность того, что сотрудник не выполнит требуемую норму прибыли, равна 0,15, найдите, сколько премий будет потеряно 100 сотрудниками за 50-недельный год? Какие предположения вы делали при нахождении ответа? Соответствует ли это действительности?

8. Пациентки поступают случайным образом в родильное отделение клиники Св. Иосифа с частотой 6 человек в час. Какова вероятность того, что в течение получаса:

- а) не поступит никто;
- б) поступит менее двух пациенток;
- в) поступит более трех пациенток.

9. В 1995 г. в Ростовской области обследовано 12 промышленных предприятий и 14 строительных (подрядных) организаций. Средняя балансовая прибыль промышленных предприятий оказалась равной $25 \cdot 10^7$ руб., а строительных организаций – $12 \cdot 10^8$ руб. исправленная выборочная дисперсия прибыли промышленных предприятий составила $64 \cdot 10^{16}$ руб. ², строительных организаций - $16 \cdot 10^{16}$ руб. ². На уровне значимости $\alpha = 0,01$ определите, являются ли различия в результатах финансовой деятельности промышленных предприятий и строительных организаций случайными.

10. Имеются выборочные данные о глубине вспашки полей под озимые культуры (X, см) и их урожайности (Y, ц/га):

X	10	15	20	25	30
Y	5	10	16	20	24

При $\alpha = 0,05$ установить значимость статистической связи между признаками X и Y. Если признаки коррелируют, постройте уравнение регрессии и объясните его смысл. Сделайте прогноз урожайности пшеницы при глубине вспашки 22 см.

Вариант 11

1. В течение пяти дней случайным образом поступают сообщения о банкротстве одного из 5 банков, назовём их условно А, В, С, D, Е. Какова вероятность того, что сообщения о банкротстве банков А и В не следуют друг за другом?
2. На семи карточках написаны буквы Л, Л, О, О, О, Т, Т. Из них последовательно выбираются 4 и кладутся слева направо. Какова вероятность того, что в результате образуется слово «ЛОТО»?
3. Партия деталей изготовлена тремя рабочими, причём первый изготовил 35% всех деталей, второй 40%, третий - всю остальную продукцию. Брак в их продукции составляет у первого - 2%, у второго - 3%, у третьего - 4%. Случайно выбранная для контроля деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена третьим рабочим?
4. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету равна $1/7$. Какова вероятность того, что лицо, имеющее 6 билетов: а) выиграет по двум билетам; б) выиграет по трём билетам; в) не выиграет по двум билетам?
5. Вероятность неточной сборки прибора равна 0,2. Какова вероятность того, что среди 500 приборов: а) окажется от 410 до 430 (включительно) точных; б) окажется ровно 400 точных?
6. Инвестор может формировать портфель из различных видов ценных бумаг, нормы прибыли по которым являются случайными величинами $X_1, \dots, X_n, MX_1 = a_i, DX_1 = \sigma^2, \text{cov}(X_i X_j) = Q, i \neq j$. Определить доли вло-

жения капитала $q_i, 0 \leq q_i \leq 1, \sum_{i=1}^n q_i = 1$, в различные ценные бумаги, обеспечивающие среднюю норму $a=10$ и минимизирующие дисперсию нормы прибыли портфеля $X = \sum_{i=1}^n q_i X_i$ на основе следующих данных:

i	1	2	3	4	5	6
$a_i(\%)$	11	10	9	8	7	6
$\sigma_i(\%)$	4	3	1	0,8	0,7	0,7

7. Поступление информации на торговую площадку в течение напряженного торгового периода подчиняется распределению Пуассона с математическим ожиданием 3,5 сообщения в минуту. Какова вероятность того, что в течение следующей минуты:

- а) не поступит ни одного сообщения;
- б) поступит по крайней мере одно сообщение;
- в) поступят два сообщения; г) поступят четыре сообщения.

Какова вероятность поступления более 20 сообщений в течение 5 минут? Посмотрите, насколько близко к этому результату был бы получен ответ при использовании приближения к нормальному освоению.

8. Число отсутствующих на работе работников в среднем составляет 3 человека в день. Невыходы на работу в компании носят случайный характер. С помощью распределения Пуассона определите вероятность того, что в любой данный день число отсутствующих будет:

- а) ноль человек;
- б) только один человек;
- в) менее двух человек;
- г) минимум три человека.

9. На 1 января 1996 г. численность беженцев в Ростовской области составила 32 412 чел. При общей численности наличного населения 4 425 400 чел. В Краснодарском крае на 5 043 900 чел. Наличного населения приходилось 30 423 беженца. На уровне значимости $\alpha = 0,05$ ответьте на вопрос: «Объясняется ли более высокий удельный вес беженцев в общей численности населения в Ростовской области в сравнении с Краснодарским краем случайными факторами или имеет смысл поиск факторов, обусловивших это явление?»

10. Из студентов 4-го курса из факультетов университета отобраны случайным образом 10 студентов и посчитаны средние оценки, полученные ими на 1-м (X) и 4-м (Y) курсе. Получены следующие результаты:

X	3,5	4,0	3,8	4,6	3,9	3,0	3,5	3,9	4,5	4,1
Y	4,2	3,9	3,8	4,5	4,2	3,4	3,8	3,9	4,6	3,0

Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определите выборочное уравнение линейной регрессии и объясните смысл полученных коэффициентов. Каковы значимость коэффициента корреляции, направление и теснота связи между показателями Y и X, если уровень значимости принять равным 0,05?

Вариант 12

1. В группе первенства по баскетболу участвуют 18 команд, из которых случайным образом формируются две группы по 9 команд в каждой. Среди участников соревнований имеется 5 команд экстракласса. Найти вероятность следующих событий: а) все команды экстракласса попадут в одну и ту же группу; б) две команды экстракласса попадут одну из групп, а три - в другую;
2. В двух ящиках находятся носки, отличающиеся только цветом, причем в первом ящике белых носков, 11 черных и 8 красных, а во втором соответственно 10, 8 и 6. Из каждого ящика наудачу извлекается по одному носку. Какова вероятность того, что оба носка окажутся одного цвета?
3. Пусть в коробке есть 3 новых и 3 уже использованных теннисных мяча. Для первой игры наудачу берут из коробки 2 мяча и затем их возвращают в коробку. Какова вероятность для второй игры из этой коробки наудачу вынуть два новых мяча?
4. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из шести телевизоров: а) не более одного потребуют ремонта; б) хотя бы один потребует ремонта.
5. Вероятность появления события А в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие А произойдет: а) не менее 710 раз и не более 740 раз; б) ровно 700 раз.
6. Инвестор покупает ценные бумаги за счет займа, взятого с процентной ставкой γ под залог недвижимости. Процентная ставка на ценные бумаги X - случайная величина с $MX=a$, $a>\gamma$, $DX=0$. Какова вероятность того, что инвестор не сможет вернуть долг и лишится своей недвижимости?
Указание. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность события $(X<\gamma)$.
7. Что вы понимаете под терминами "выборочное распределение выборочной средней" и "выборочное распределение выборочной дисперсии"? Рассчитайте стандартную ошибку средней по отношению к доходу по финансовому индексу со средним значением в 10% и средним квадратическим отклонением 16% на основе 60 наблюдений.
8. В клинике Св. Иосифа рассматривается вопрос приобретения нового сканера для замены в научно-исследовательском отделе имеющегося, требующего серьезного усовершенствования. Имеется три варианта: а) купить новый сканер стоимостью 1 млн. долл. США; б) модифицировать имеющийся затратив 0.6 млн. долл. США; в) оставить все как есть. В случае приобретения нового сканера отдача от него оценивается в 2 млн. долл. США. Однако существует 20%-ная вероятность того, что новый сканер все же потребует доработки и это обойдется еще в 0.2. млн. долл. США, прежде чем он заработает на полную мощность. Аналогично, если модифицировать имеющийся сканер, существует все же вероятность в 10%, что потребуются проводить дополнительные работы, стоимостью 0.1 млн. долл. США. Оценочный доход от модифицированного сканера составляет 1.5 млн. дол. США, но при этом он все же будет уступать в производительности новому. Если оставить все как есть, то оценочный доход составляет только 0.6 млн. долл. США. Что вы порекомендуете клинике в данной ситуации?
9. Компания по производству безалкогольных напитков предполагает выпустить на рынок новую модификацию популярного напитка, в котором сахар заменен сукразитом. Компания хотела бы быть уверенной в том, что не менее 70 % ее потребителей предпочтут новую модификацию напитка. Новый напиток был предложен на пробу 2 тыс. чел., и 1 422 из них сказали, что он вкуснее старого. Может ли компания отклонить предположение о том, что только 70 % всех ее потребителей предпочтут новую модификацию напитка старой? Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$.
10. Определите тесноту связи между возрастом самолета (X , лет) и стоимостью его эксплуатации (Y , млн. руб.) по следующим данным:

X	1	2	3	4	5
Y	2	4	5	8	10

Установите значимость коэффициента корреляции. Если он значим, то постройте уравнение регрессии и объясните его смысл. Каким будет прогноз стоимости эксплуатации самолета, если его возраст 1,5 года, а уровень значимости принять равным 0,05?

Вариант 13

1. Буквы слова ПОКОЛЕНИЕ выписаны на карточках. Наудачу вынимают одну карточку за другой и укладывают по порядку. Найти вероятность того, что получится слово ПОЛЕ.
2. Из десяти билетов выигрышными являются два. Чему равна вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов один выигрышный.
3. В группе 21 студент, в том числе 5 отличников, 10 хорошо успевающих и 6 занимающихся слабо. На предстоящем экзамене отличники могут получить только отличные оценки. Хорошо успевающие студенты могут получить с равной вероятностью хорошие и отличные оценки. Слабо занимающиеся студенты могут получить с равной вероятностью хорошие, удовлетворительные и неудовлетворительные оценки. Для сдачи экзамена приглашается наугад один студент. Найти вероятность того, что он получит хорошую или отличную оценку.
4. Для нормальной работы автобазы на линии должно быть не менее восьми автомашин, а их имеется десять. Вероятность не выхода каждой автомашины на линии равна 0,1. Найти вероятность нормальной работы в ближайший день.
5. Игральный кубик подбрасывают 800 раз. Какова вероятность того, что число очков, кратное трем, выпадет: а) не менее 260 и не более 274 раз; б) ровно 300 раз.
6. Инвестор имеет возможность составить портфель из трех видов некоррелированных бумаг, $j = 1, 2, 3$ эффективности e_j и риски d_j которых даны в таблице. Рассмотрите все варианты составления $E\{\}$ портфеля из этих бумаг равными долями. Дать графическое изображение всех этих портфелей as точками (по осям координат - эффективность, риск). Есть ли точки, оптимальные по Парето?
7. 20 наблюдений ежедневных доходов по индексу FTSE 100: -0,43 -0,13 -0,38 -0,50 -0,68 0,84 -0,05 -0,53 -0,04 -0,35 1,07 0,58 -0,75 0,26 -0,04 0,68 -0,51 0,71 -0,12 0,02
Используя эти данные, рассчитайте 95%-ный доверительный интервал для выборочной средней и выборочного среднего квадратического отклонения. Повторите расчеты для 90%-ного доверительного интервала. Сравните длины этих доверительных интервалов. Заметьте, что чем меньше степень доверия, тем больше точность, и наоборот.
8. В компании «Даунбрукс» 65 персонала - менеджеры, 10% - администраторы и 30% связаны с реализацией. Остальные заняты на производстве. Если произвольно выбрать двух работников из общего списка, то какова вероятность того, что:
а) оба окажутся менеджерами;
б) никто из них не занимается реализацией;
в) только один занят на производстве;
г) только один не является администратором;
д) один - менеджер, а другой занимается реализацией
9. Производители нового типа аспирина утверждают, что он снимает головную боль за 30 мин. Случайная выборка 100 чел., страдающих головными болями, показала, что новый тип аспирина снимает головную боль за 28,6 мин при среднем квадратическом отклонении 4,2 мин. Проверьте на уровне значимости $\alpha = 0,05$ справедливость утверждения производителей аспирина о том, что это лекарство излечивает головную боль за 30 мин.
10. Определите тесноту связи выпуска продукции (X , тыс. шт.) и себестоимости единицы изделия (Y , тыс. руб.) на основе следующих данных:

X	3	4	5	6	7
Y	10	8	7	5	2

Проверьте значимость выборочного коэффициента корреляции при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение линейной регрессии и объясните его.

Вариант 14

1. Имеется коробка с девятью новыми теннисными мячами. Для игры берут три мяча, после игры их кладут обратно. При выборе мячей иггранные от неиггранных не отличаются. Какова вероятность того, что после трех игр в коробке не останется неиггранных мячей?
2. Из 12 лотерейных билетов, среди которых есть 4 выигрышных, наудачу берут 6. Какова вероятность того, что хотя бы один из них выигрышный.
3. 60% учащихся в школе - мальчики, 80% мальчиков и 75% девочек имеют билеты на школьный вечер. В школьное бюро находок принесли кем-то потерянный билет. Какова вероятность того, что он принадлежал девочке? Мальчику?
4. Найдите вероятность того, что среди взятых наугад пяти деталей две нестандартные, если вероятность деталей быть стандартной 0,9.
5. Радиотелеграфная станция передает цифровой текст. В силу наличия помех каждая цифра независимо от других может быть неправильно принята с вероятностью 0,01. Найти вероятности следующих событий: а) в принятом тексте, содержащем 1100 цифр, будет меньше 20 ошибок; б) будет сделано ровно 7 ошибок.
6. Сформировать оптимальный портфель заданной эффективности из трех видов ценных бумаг: безрисковых эффективности, равной четырем, и некоррелированных рисковх ожидаемых эффективностей 8 и 20 с рисками 4 и 10 соответственно. Как устроена рисковая часть оптимального портфеля? При какой ожидаемой эффективности портфеля возникает необходимость в операции «short sale», и с какими ценными бумагами?
7. Выборка из 25 еженедельных наблюдений за доходами по индексу FTSE 100 характеризуется средней 0,005 и средним квадратическим отклонением 0,02. Предположив, что недельные доходы нормально распределены, рассчитайте 95%-ный доверительный интервал для средней доходности.
8. Компания «Зендалл» производит и сбывает товары для дома, в том числе различные моющие порошки. Недавно компания разработала новое моющее средство и теперь хочет организовать его продвижение на рынок. По оценкам компании, рекламная компания товара, приблизитльной стоимостью в 2 млн. ф. ст., обеспечит ему 80% шансов на успех. По результатам маркетингового исследования компания оценивает, что с такой рекламной поддержкой товар может принести доход в сумме 6 млн. ф. ст.; если же товар провалится, то доход составит только 1.5 млн. ф. ст. Результаты исследования, а также опыт запуска товаров говорят о том, что без такой рекламной поддержки вероятность успеха составит только 40%. Также без предварительной рекламной компании товар даже в случае успеха на рынке принесет доход, равный только 4.5млн.ф. ст., а в случае провала - 0.7 млн. ф. ст.
С помощью дерева решений дайте компании совет относительно того, начинать рекламную компанию или нет.
9. Доля убыточных предприятий в промышленности в целом по России в 1995 г. составила 26 %, а в Ростовской области – 27 %. В 1995 г. в Ростовской области насчитывалось 7 579 промышленных предприятий. На уровне значимости $\alpha = 0,05$ определите, являются ли различия в удельном весе убыточных промышленных предприятий в России и в Ростовской области случайными или в Ростовской области действует комплекс экономических условий, обуславливающих повышенную долю нерентабельных предприятий?

10. Определите тесноту связи общего веса некоторого растения (X , г) и веса его семян (Y , г) на основе следующих выборочных данных:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	20	25	28	30	35	40	45

Проверьте значимость выборочного коэффициента корреляции при $\alpha = 0,05$. Постройте линейное уравнение регрессии и объясните его.

Вариант 15

1. В бригаде 4 женщины и 3 мужчины. Среди членов бригады разыгрываются 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчины?
2. Для того, чтобы сбить самолет достаточно одного попадания. Было сделано три выстрела с вероятностью попадания 0,1, 0,2 и 0,4 соответственно. Какова вероятность того, что самолет сбит?
3. На трех дочерей - Надежду, Веру и Любовь - в семье возложена обязанность мыть тарелки. Поскольку Надежда старшая, ей приходится выполнять 40% всей работы. Остальные 60% работы Вера и Любовь делят поровну. Когда Надежда моет посуду, вероятность для нее разбить по крайней мере одну тарелку 0,02; для Веры и Любви эта вероятность равна 0,03 и 0,04 соответственно. Родители не знают, кто мыл тарелки вечером, но они слышали звон разбитой тарелки. Какова вероятность того, что посуду мыла Надежда? Вера? Любовь?
4. Для стрелка, выполняющего упражнение в тире, вероятность попасть в «яблочко» при одном выстреле не зависит от предыдущих и равна $1/4$. Спортсмен сделал 5 выстрелов. Найти вероятность событий: а) ровно два попадания; б) хотя бы одно попадание; в) не менее трех попаданий.
5. При социологических опросах граждан каждый человек независимо от других может дать неискренний ответ с вероятностью 0,2. Найти вероятности того, что из 22500 опросов число неискренних ответов будет: а) не более 4620; б) равна 4500.
6. В таблице указаны курс акций E и эффективность рынка F на протяжении ряда кварталов. Найти регрессию курса акций на эффективность рынка, а также оценки характеристик акций: «собственной» вариации v и α , β , R^2 (эффективность безриско-вложений равна 6).

E:	25	24	24	25	26	26	26	25	24	25
F:	10	9	9	10	10	11	12	10	9	10
7. Выборка из 25 еженедельных наблюдений за доходами по индексу FTSE 100 характеризуется средней 0,005 и средним квадратическим отклонением 0,02. Предположив, что недельные доходы нормально распределены, определите, каким должен быть размер выборки для того, чтобы оценить недельный доход с 95%-ной вероятностью и с максимальной ошибкой не более 0,004.
8. Автоматическая упаковочная машина, применяемая компанией «Даунбрукс», пакует шоколадные изделия в упаковки со средним весом 500 г. и среднеквадратическим отклонением в 5г. Если вес упаковок представляет собой нормальное распределение:
 - 1) Определить вероятность того, что произвольно выбранная упаковка будет весить:
 - а) до 496 г;
 - б) до 486 г;
 - в) свыше 510г.
 - 2) Найдите 95%-ные доверительные пределы для веса упаковок.
 - 3) Компания стремится к тому, чтобы вес любой упаковки не отличался от официально проставленного более чем на 10 г. В случае нарушения этого параметра покупателю предоставляется право на получение возмещения полной стоимости покупки. Каков вероятный процент покупателей, который потребует такое возмещение?
 - 4) Компания «Даунбрукс» поставляет эти упаковки в крупную сеть розничных магазинов. Розничные магазины осуществляют жесткий контроль качества, включая проведения выборочных проверок поставленной продукции. Так, проверяется вес ящика (144 упаковки) и определяется средний вес упаковки. Поставленная партия полностью возвращается компании «Даунбрукс», если средний вес в партии составляет менее 499 г. Исходя из этого определите, каков вероятный процент возвратов. Каковы последствия этого для руководства компании? Как они могут исправить положения?
9. В 1995 г. доля предприятий государственной формы собственности в Ростовской области составила 2,3 % от общего числа промышленных предприятий. Среди 2 236 машиностроительных и металлообрабатывающих предприятий она оказалась равной 2,1 %. На уровне значимости $\alpha = 0,01$ определите, существенно ли меньше удельный вес государственных предприятий в машиностроении и металлообработке, чем в целом в промышленности области?
10. При исследовании зависимости времени, затраченного на закрепление детали на токарном станке, от веса детали, получены следующие результаты (X – вес детали, кг, Y – время закрепления детали, с):

X	7	8	10	12	13	14	15	17	18	20
Y	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0	3,1	3,2

Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определите выборочное уравнение линейной регрессии и объясните смысл полученных коэффициентов. Каковы значимость коэффициента корреляции, направления теснота связи между показателями Y и X , если уровень значимости принять равным 0,05?

Вариант 16

- Трёхзначное число образовано случайным выбором трех неповторяющихся цифр из числа цифр 1, 2, 3, 4, 5. Какова вероятность того, что это число четное? Нечетное? Что оно делится на 5?
 - Результаты экзаменов в ТГУ показывают, что 10% учащихся не смогли сдать ТВ и МС, 12% математический анализ, и 20% провалили экзамены как по ТВ и МС так и по математическому анализу. Наугад выбирается один студент. Будут ли события «Этот студент не сдал ТВ и МС» и «Этот студент не сдал математический анализ» независимыми.
 - Служащий, работающий в Тюмени, может возвращаться домой: I) либо через мост по улице «Челюскинцев», II) либо мостом по улице «Профсоюзной». Он ездит по-разному, в $1/3$ всех случаев выбирая мост по улице «Челюскинцев», а в $2/3$ случаев мост по улице «Профсоюзной». Если он едет путем I, то в 75% случаев он возвращается домой к 6 часам вечера, если же он добирается путем II, то только в 70% случаев он возвращается к 6 часам вечера, однако последняя дорога ему больше нравится. Если он возвращается домой после 6 часов вечера, то какова вероятность того, что он добирался путем II.
 - Три кандидата участвуют в выборах на три различные должности в разных городах. Шансы оказаться избранными для каждого из них равны 1:3. Какова вероятность того, что будет избран по крайней мере один из них?
 - Всхожесть семян данного растения составляет 90%. Найти вероятность того, что 800 посеянных семян взойдет не менее 700.
 - Инвестор имеет возможность составить портфель из трех видов некоррелированных бумаг, эффективности E_i и риски σ_i , которых даны в таблице. Рассмотрите все варианты составления портфеля из этих бумаг равными долями. Дайте графическое изображение всех этих портфелей точками (по осям координат — эффективность, риск). Есть ли точки, оптимальные Парето?
- | | | | |
|------------|----|----|----|
| i | 1 | 2 | 3 |
| E_i | 20 | 40 | 60 |
| σ_i | 6 | 8 | 5 |
- по
- Выборка из 25 еженедельных наблюдений за доходами по индексу FTSE 100 характеризуется средней 0,005 и средним квадратическим отклонением 0,02. Предположив, что недельные доходы нормально распределены, найдите 95%-ный доверительный интервал для среднего квадратического отклонения недельных доходов.
 - Станки, используемые в основной производственной зоне компании «Уокер энд Шмидт», производят оценочно готовой продукции на 300 000 долл. США в день каждый. Отсюда видно, что остановка одного из станков на продолжительное время может нанести компании серьёзный ущерб. Вероятность того, что какой-т станок встанет влюбой день, оценивается равной 0,03. У компании в наличии пять таких станков.
 - С помощью биномиального распределения определите вероятность того, что в любой данный день:
 - не сломается ни один из станков;
 - только один станок сломается;
 - по меньшей мере два станка выйдут из строя.
 - В среднем в компании два небольших несчастных случая на производстве в месяц. С помощью распределения Пуассона оцените вероятность того, что в любой данный месяц число небольших несчастных случаев составит:
 - менее двух;
 - более трёх.
 - В 1996 г. годовой оборот 4 бирж в регионе А составил $12 \cdot 10^4$ у. е.; в регионе В годовой оборот 5 бирж – $125 \cdot 10^3$ у. е. Исправленная выборочная дисперсия оборота в регионе А оказалась равной $3 \cdot 10^4$ (у. е.)², а в регионе В – $2 \cdot 10^4$ (у. е.)². Можно ли на уровне значимости $\alpha = 0,05$ утверждать, что средний оборот бирж в регионе А больше, чем в регионе В?
 - Семь вновь принятых сотрудников брокерской компании проходят аттестацию в конце испытательного периода. Результаты их работы оцениваются путем сдачи теста на профессиональную пригодность и по отдаче с каждого инвестированного ими рубля. Результаты молодых специалистов были ранжированы следующим образом:

Молодые специалисты	A	B	C	D	E	F	G
Результат теста	3	2	6	4	1	7	5
Отдача с рубля	1	3	5	2	4	6	7

Вычислите коэффициент корреляции рангов Спирмена, оцените его значимость.

Вариант 17

1. В ящике 4 голубых и 5 красных носков. Из ящика наугад вынимают 2 носка. Найдите вероятность того, что эти носки разного цвета.
2. Предположим, что вероятность для мужчины дожить до 30 лет равна $\frac{4}{5}$, а вероятность его жены дожить до 30 лет равна $\frac{5}{6}$. Найдите вероятность того, что до 30 лет доживут: а) оба; б) только мужчина; в) только женщина; г) ни мужчина ни женщина; д) хотя бы один из них.
3. В группе 21 студент, в том числе 5 отличников, 10 хорошо успевающих и 6 занимающихся слабо. На предстоящем экзамене отличники могут получить только отличные оценки. Хорошо успевающие студенты могут получить с равной вероятностью хорошие и отличные оценки. Слабо занимающиеся студенты могут получить с равной вероятностью хорошие, удовлетворительные и неудовлетворительные оценки. Для сдачи экзамена приглашаются наугад три студента. Найдите вероятность того, что они получают оценки: отлично, хорошо, удовлетворительно (в любом порядке).
4. Обреченным на смерть пациентам в качестве последнего шанса можно предложить опасную операцию, в результате которой выживают 80% всех оперированных. Какова вероятность того, что ровно 80% из пяти оперированных пациентов выживут.
5. Проводятся последовательные испытания по схеме Бернулли. Вероятность осуществления события А в одном испытании равна 0,6. Вычислите вероятность следующих событий: а) Событие а произойдет в большинстве из 60 испытаний; б) Число успешных осуществлений события А в 60 испытаниях заключено между 30 и 42; в) Событие А осуществляется 36 раз в 60 испытаниях.
6. Сформируйте оптимальный портфель заданной эффективности из трех видов ценных бумаг: безрисковых эффективности единице, и некоррелированных рисковых ожидаемых эффективностей 3 и 5 с рисками 2 и 4 соответственно. Как устроена рисковая часть оптимального портфеля? При какой ожидаемой эффективности портфеля возникает необходимость в операции «short sale» и с какими ценными бумагами?
7. Компания ABC Fund Managers Pie заявила, что месячный доход по ее высокодоходному инвестиционному фонду превысил доход индекса на 0,3%, или на 0,003. В течение одногодичного периода средний доход по индексу составил 0,005, а средний доход фонда — 0,0065, среднее квадратическое отклонение равно 0,019. Выполните одностороннюю статистическую проверку, чтобы выяснить, насколько верно заявление компании.
8. Промышленная группа «Уокер энд Шмидт» наняла менеджера по управлению риском, с тем чтобы тот оценил риски, связанные с рядом действий, и разработал защитные варианты на случай возникновения серьезных осложнений. Для выполнения поставленной задачи менеджер должен рассмотреть ряд потенциально неблагоприятных исходов, которые могут повлиять на деятельность компании, особенно в том, что касается вопросов производства и транспортировки. В связи с этим менеджер оценивает вероятность наступления некоторых событий с целью выработки приоритетов в отношении требуемых защитных мер.
 - 1) Менеджер установил, что вероятность серьезного пожара который приводит к остановке производства, в любой данный месяц составляет около 2%. Это считается неприемлемым, что подтверждается рассмотрением следующих вероятностей. Определите вероятность, что пожаров не будет:
 - а) в течение 3-х месяцев;
 - б) в течение 6-ти месяцев;
 - в) в течение 2-х лет. Каковы выводы для компании по данной ситуации?
 - 2) Вероятность взлома или кражи товаров в любую данную неделю составляет 1%. Какова вероятность того, что:
 - а) в течение четырех недель взломов не будет;
 - б) в течение четырех недель будет зафиксирован по меньше мере один взлом.
9. Компания, занимающаяся консультированием в области инвестиций, заявляет, что среднегодовой процент по акциям определенной отрасли промышленности составляет 11,5 %. Инвестор, желая проверить истинность этого утверждения, на основе случайной выборки 50 акций выявил, что среднегодовой процент по ним составил 10,8% с исправленным средним квадратическим отклонением $s = 3,4 \%$. На основе имеющейся информации определите, имеет ли инвестор достаточно оснований, чтобы опровергнуть заявление компании? Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$.
10. Следующие данные получены из случайной выборки по оборотам 8 годовых консолидированных балансов. Цифры в таблице показывают объем продаж, тыс. шт., и цену единицы товара, руб.

Продажа	12,2	18,6	29,2	15,7	25,4	35,2	14,7	11,7
Цена	29,2	30,5	29,7	31,3	30,8	29,9	27,8	27,0

Рассчитайте выборочные коэффициент корреляции Пирсона между объемом продаж и ценой товара. Проверьте значимость коэффициента корреляции для $\alpha = 0,05$.

Вариант 18

1. Пятизначное число образовано при помощи перестановки цифр 44433. Все размещения равнозначны. Найти вероятность того, что все тройки стоят рядом при условии, что полученное число четное.
2. На вечеринке за круглым столом рассаживаются случайным образом 11 человек. Найдите вероятность того, два конкретных человека окажутся сидящими: а) рядом; б) через одного человека.
3. Успешно написали контрольную 30% студентов. Вероятность правильно решить задачу на экзамене для студента, успешно написавшего контрольную, равна 0,8 для остальных - 0,4. Студент не решил задачу на экзамене. Какова вероятность того, что он плохо написал контрольную?
4. Покупатель, зашедший в секцию сувениров, делает покупку с вероятностью 1А. Найти вероятность того, что из четырех покупателей: а) сделает покупку хотя бы один; б) сделают покупки ровно два.
5. Вероятность того, что деталь не проверялась в ОТК равна $p = 0,2$. Найдите вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей окажется: а) от 70 до 100 деталей, не проверенных в ОТК; б) ровно 80 деталей, не проверенных в ОТК.
6. В таблице указаны курс акций E и эффективность рынка F на протяжении ряда кварталов. Найдите регрессию курса акций на эффективность рынка, а также оценки характеристик: «собственной» вариации v и α , β ,

E:	35	34	34	35	36	36	36	35	34	35
F:	10	9	9	10	10	11	12	10	9	10

R^2 (эффективность безрисковых вложений равна 6).

7. Управляющий портфелем заботится о том, чтобы не осуществлять инвестиционные вложения в ценные бумаги с дисперсией годовой доходности более чем 0,04. Выборка из 52 наблюдений за доходом по активу "А" показала, что дисперсия равна 0,045. Проверьте гипотезу, что доход по активу "А" характеризуется дисперсией, меньшей или равной 0,04.
8. Вероятность поступления в приёмный покой клиники Св. Иосифа пациента в любую данную минуту составляет 0,4.
 - 1) Определить вероятность того, что за две последовательные минуты:
 - а) не поступит ни одного пациента;
 - б) пациент поступит только во вторую минуту;
 - в) пациент поступит в обе минуты;
 - г) поступит только один пациент.
 - 2) Дежурный по приёмному покою на пять минут оставляет своё рабочее место для решения административного вопроса. Какова вероятность того, что по возвращению его будут ожидать пациенты?
9. Производитель некоторого вида продукции утверждает, что 95 % выпускаемой продукции не имеют дефектов. Случайная выборка 100 изделий показала, что только 92 из них свободны от дефектов. Проверьте справедливость утверждения производителя продукции на уровне значимости $\alpha = 0,05$.
10. Перед сдачей экзамена в конце семестра в 20 группах студентов университета был проведен опрос о том, какую оценку по сдаваемым в сессию курсам они ожидают получить. После сессии средние полученные оценки были сопоставлены со следующими ожидаемыми. Результаты приведены в таблице:

Ожидаемая	3, 4	3, 1	3, 0	2, 8	3, 7	3, 5	2, 9	3, 7	3, 5	3, 2
Полученная	4, 1	3, 4	3, 3	3, 0	4, 7	4, 6	3, 0	4, 6	4, 6	3, 6
Ожидаемая	3, 0	3, 5	3, 3	3, 1	3, 3	3, 9	2, 9	3, 2	3, 4	3, 4
Полученная	3, 5	4, 0	3, 6	3, 1	3, 3	4, 5	2, 8	3, 7	3, 8	3, 9

Рассчитайте линейный коэффициент корреляции Пирсона, оцените его значимость при $\alpha = 0,05$.

Вариант 19

- Из 10 человек отбираются двое, все возможные выборы двух человек равновозможны. Какова вероятность того, что будут отобраны два вполне определенных человека? Что оба они не будут отобраны? Что один из них не будет выбран?
- Вероятность того, что некто А умрет в течение следующих 20 лет, равна 0,025, что другой человек В умрет в течение 20 ближайших лет, - равна 0,030. Чему равна вероятность того, что оба они умрут в течение ближайших 20 лет? Что А умрет, а В не умрет? Что ни один из них не умрет?
- Компания по страхованию автомобилей разделяет водителей по трем классам: класс А (мало рискует), класс В (рискует средне), класс С (рискует сильно). Компания предполагает, что из всех водителей, застрахованных у нее, 30% принадлежат к классу А, 50% к классу В и 20% к классу С. Вероятность того, что в течение 12 месяцев водитель класса А попадет хотя бы в одну автомобильную катастрофу, равна 0,01, для водителя класса В эта вероятность равна 0,03, а для водителя класса С - 0,10. Господин Сидоров страхует свою машину у этой компании и в течение 12 месяцев попадает в автомобильную катастрофу. Какова вероятность того, что он относится к классу А? К классу В? к классу С?
- Из поступивших в магазин телефонов третья часть белого цвета, однако это становится видно после распаковки. Найдите вероятность того, что у шести нераспакованных телефонов: а) равна два белых; б) есть хотя бы один белый.
- Фамилия каждого десятого мужчины начинается с буквы М. Вероятность того, что среди 900 солдат полка может оказаться: а) от 80 до 120 солдат, чьи фамилии начинаются с буквы М; б) ровно 90.
- Рассмотрим несколько различных операций (Q_1, Q_2, Q_3) со случайным доходом. Вычислите для всех операций ожидаемый доход Q , СКО σ . Нанесите эти характеристики на единый рисунок, получив графическое изображение операции. С помощью взвешивающей формулы $E(Q, \sigma) = 4Q - \sigma$ найдите лучшую и худшую операции.
- Том и Дик по очереди готовят чай для старшего женского персонала фирмы биржевых брокеров. Для определения очередности они подбрасывают монету и держат для этого случая специальную монету. В последних 200 случаях Том проиграл 116 раз. Должен ли он настаивать на использовании в дальнейшем другой монеты? Из прошлого опыта известно, что 10% работников опаздывают на работу, а другие 4% работников ежедневно отсутствуют на работе.
- Из прошлого опыта известно, что 10% работников опаздывают на работу, а другие 4% работников ежедневно отсутствуют на работе.
 - Найдите вероятность того, что в какой-то день работник:
 - не опоздает на работу;
 - не будет отсутствовать.
 - Для двух не связанных между собой дней определите вероятность того, что работник:
 - опоздает в каждый из этих дней;
 - опоздает в первый день и будет отсутствовать на второй;
 - будет на месте в оба дня;
 - будет отсутствовать в один из дней;
 - будет отсутствовать в один из дней и не опоздает в другой день.
- Главный бухгалтер большой корпорации провел обследование по данным прошедшего года с целью выяснение доли некорректных счетов. Из 2 000 выбранных счетов в 25 оказались некорректные проводки. Для уменьшения доли ошибок он внедрил новую систему. Год спустя он решил проверить, как работает новая система, и выбрано для проверки в порядке случайного отбора 3 000 счетов компании. Среди них оказались 30 некорректных. Можем ли мы утверждать, что новая система позволила уменьшить долю некорректных проводок в счетах? Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$.
- Организация стран-экспортеров нефти предпринимает попытки контроля над ценами на сырую нефть с 1973 г. Цены на сырую нефть резко возрастали с середины 70-х годов до середины 80-х гг., что повлекло за собой некоторое повышение цен на бензин. Следующая таблица представляет средние цены на сырую нефть и бензин с 1975 по 1988 г.

Год	Бензин, Y – центов за галлон	Сырая нефть, X – дол. за баррель
1975	57	7,67
1976	59	8,19
1977	62	8,57
1978	63	9,00
1979	86	12,64
1980	119	21,59
1981	133	31,77
1982	122	28,52
1983	116	26,19
1984	113	25,88
1985	112	24,09
1986	86	12,51
1987	90	15,40
1988	90	12,57

Постройте график и оцените характер взаимосвязи между переменными. Рассчитайте параметры уравнения регрессии, оценивающего зависимость цен на галлон бензина от цен за баррель сырой нефти. Дайте интерпретацию полученных результатов.

Вариант 20

- 20 человек, среди которых 10 мужчин и 10 женщин, группируются попарно. Какова вероятность, если группировка производится случайно, что каждая из 10 пар состоит из лиц разного пола?
- Среди 64 клеток шахматной доски выбирают наудачу две различные клетки и ставят на них две одинаковые фигуры черного и белого цвета. Какова вероятность, что если фигуры не будут бить друг друга, если были поставлены две ладьи? Два слона? Два коня? Два ферзя?
- Из ящика, содержащего 3 белых и 2 черных носка, переложено два носка в ящик, содержащий 4 белых и 4 черных носка. Вычислить вероятность вынуть белый носок из второй урны.
- Экзамен состоит из 6 вопросов. На каждый вопрос дано 3 возможных ответа, среди которых необходимо выбрать один правильный. Какова вероятность того, что методом простого угадывания удастся ответить по крайней мере на 5 вопросов?
- Среди семян пшеницы 0,6% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 1000 семян обнаружить не менее 3 семян сорняков? Не более 16 семян сорняков?, ровно 6 семян сорняков?
- Рассмотрим несколько различных операций (Q_1, Q_2, Q_3) со случайным доходом. Вычислите для всех операций ожидаемый доход Q , СКО σ . Нанесите эти характеристики на единый рисунок, получив графическое изображение операции. С помощью взвешивающей формулы $E(Q, \sigma) = 5Q - \sigma$ найдите лучшую и худшую операции.

Q_1	-10	0	20	50
	0,1	0,2	0,5	0,2
Q_2	-10	0	20	50
	0,3	0,2	0,1	0,4
Q_3	-10	0	20	50
	0,3	0,1	0,2	0,4

- Облигация имеет срок погашения 2,5 года. По ней выплачиваются полугодовые купоны в 5 единиц. Облигация будет выкуплена по цене 100 единиц. Ее текущая цена составляет 102 единицы. Вычислите полный доход при погашении (gross redemption yield — GRY) для этой облигации, используя:

- метод деления пополам;
- метод Ньютона—Рафсона.

Сравните и сопоставьте эти два подхода.

- В течение 1996 г. в Св. Иосифа количество необходимых коек представляло собой нормальное распределение со средним арифметическим 1800 в день среднеквадратическим отклонением 190 в день. В течение первых 50 дней 1997 г. среднедневная потребность в койках составила 1830. Один из старших администраторов клиники заявил, что это является доказательством того, что потребности в койках изменились по сравнению с 1996 г. Вы согласны с этим? Значима выборочная средняя за 1997г.?

- Владелец фирмы считает, что добиться более высоких финансовых результатов ему помешала неравномерность поставок комплектующих по месяцам года, несмотря на то, что поставщик в полном объеме выполнил свои обязательства за год. Поставщик утверждает, что поставки были не так уж неравномерны. Распределение поставок по месяцам года имеет следующий вид:

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Объем поставок, ед.	19	23	26	18	20	20	20	20	32	27	35	40

На уровне значимости $\alpha = 0,05$ определите, кто прав: владелец фирмы или поставщик? Изменится ли ответ на поставленный вопрос, если уровень значимости принять равным 0,01? Объясните результаты.

- Имеются данные по 14 предприятиям о производительности труда (Y , шт.) и коэффициенте механизации работ (X , %).

X	32	30	36	40	41	47	56	54	60	55	61	67	69	76
Y	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

Проверьте значимость выборочного коэффициента корреляции при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение линейной регрессии и объясните его.

Вариант 21

1. Задача-шутка. (Льюис Кэррол «Запутанная сказка», 1881 г.) В ожесточенном бою не менее 70% бойцов потеряли один глаз, не менее 75% - одно ухо, не менее 80% - одну руку и не менее 85% - одну ногу. Каково минимальное число потерявших одновременно глаз, ухо, руку и ногу?
2. Каково наименьшее число X_0 карт, которое необходимо взять из колоды, чтобы вероятность P_{X_0} , что среди них встретятся две карты одинакового наименования, была не более U_0 ?
3. В каждой из трех урн содержатся 4 черных и 2 белых шаров. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется белым.
4. Студент считает, что если он возьмется изучать четыре предмета, то вероятность сдачи экзамена по каждому из них равна 0,8. Если он возьмется изучать пять предметов, то вероятность сдать каждый предмет равна 0,7 а в случае семи предметов вероятность сдачи каждого из них равна 0,5. Его единственная цель - сдать экзамен по меньшей мере по четырем предметам. Сколько предметов должен выбрать, чтобы иметь наилучшие шансы достигнуть своей цели?
5. Сколько изюма в среднем должны содержать калорийные булочки для того, чтобы вероятность иметь в булке хотя бы одну изюминку была бы не менее 0,99?
6. Инвестор может формировать портфель из различных видов ценных бумаг, нормы прибыли по которым являются случайными величинами $X_1, \dots, X_n$, $MX_1 = a_i, DX_i = \sigma_i, \text{cov}(X_i, X_j) = 0, i \neq j$. Определить доли вложения капитала

$$q_i, 0 \leq q_i \leq 1, \sum_{i=1}^n q_i = 1$$

, в различные ценные бумаги, обеспечивающие среднюю норму $a=10$ и минимизирующие

дисперсию нормы прибыли портфеля $X = \sum_{i=1}^n q_i X_i$ на основе следующих данных:

i	1	2	3	4	5	6
$a_i(\%)$	11	10	9	8	7	6
$\sigma_i(\%)$	4	3	1	0,8	0,7	0,7

7. В группе из 1000 человек 452 человека имеют текущие счета, 336 — имеют депозитные счета и 302 — и текущий и депозитный счета. Являются ли атрибуты "обладание депозитным счетом" и "обладание текущим счетом" статистически независимыми?
8. Количество заказов, поступающих на предприятие, обычно представляет собой нормальное распределение со средним количеством 120 заказов в неделю и среднеквадратическим отклонением 42 заказа в неделю. 1) Для периода в десять недель определите вероятность того, что среднее количество заказов, полученных за неделю, составит:
 - а) свыше 140;
 - б) менее 135;
 - в) между 115 и 130.
 2) Найдите 95%-ные доверительные пределы для среднего количества заказов, полученных за этот десяти-недельный период.
 3) вы удивитесь, если среднее количество заказов, полученных за этот десятинедельный период, составляли 150? Обоснуйте свой ответ, а также изложите выводы, которые можно было бы сделать на основании такого значения.
9. Во многих странах водительское удостоверение (автомобильные права) имеет шифр, состоящий из 3 букв и 3 цифр. Чему равно общее число возможных номеров водительских удостоверений, считая, что число букв русского алфавита, используемых для составления шифра, - 26, а буквы занимают первые 3 позиции шифра? Если шифр состоит только из 6 цифр, то чему в этом случае равно общее число всех возможных номеров удостоверений, если: а) цифры в шифре не повторяются; б) повторяются?
10. Анализ работы кредитного отдела банка выявил, что 12 % фирм, бравших кредит в банке, обанкротились и не вернут кредиты, по крайней мере, в течение 5 лет. Также известно, что обанкротились 20 % кредитовавшихся в банке фирм. Если один из клиентов банка обанкротился, то чему равно вероятность того, что он окажется не в состоянии вернуть долг банку?

Вариант 22

1. Вычислить вероятность того, что в номере оторванного наудачу автобусного билета сумма трех первых цифр равна сумме трех последующих.
2. Разыскивая специальную книгу, студент решил обойти три библиотеки. Для каждой библиотеки одинаково вероятно есть в ее фондах книга или нет. И если книга есть, то одинаково вероятно занята она другим читателем или нет. Что более вероятно - достанет студент книгу или нет, если известно, что библиотеки комплектуются независимо одна от другой?
3. В трех ящиках находятся соответственно: 1) 2 белых и 3 черных шара; 2) 4 белых и 3 черных шара; 3) 6 белых и 2 черных шара. Предполагая, что извлечение из всех трех ящиков одинаково вероятно, определить вероятность того, что извлечение было произведено из первого ящика, в следующих случаях: 1) если известно, что вынутый шар оказался белым; 2) если вынутый шар оказался черным; 3) ту же задачу решить, если вероятность извлечения из каждого ящика $OS_i = 0,1$; $0,2 = 0,7$; $a_3 = 0,2$. При тех же условиях определить вероятности X_1 и X_2 , если известно, что после трех извлечений (с возвратом шара) из того же ящика: 1) все три шара оказались белыми; 2) все три шара оказались черными.
4. Среди коконов некоторой партии 30% цветных. Какова вероятность того, что среди 10 случайно отобранных из партии коконов 3 цветных? Не более 3 цветных?
5. При проведении телепатического опыта индуктор независимо от предшествующих опытов выбирает с вероятностью U один из 2 предметов и думает о нем, а реципиент (приемник) угадывает, о каком предмете думает индуктор. Опыт был повторен 100 раз, при этом было получено 60 правильных ответов. Какова вероятность совпадения при одном опыте, в предположении, что телепатической связи между индуктором и реципиентом нет! Можно ли приписать полученный результат чисто случайному совпадению или нет?
6. Инвестор покупает ценные бумаги за счет займа, взятого с процентной ставкой g под залог недвижимости. Процентная ставка на ценные бумаги X - случайная величина с $MX=a$, $a>g$, $DX=\sigma^2$. Какова вероятность того, что инвестор не сможет вернуть долг и лишится своей недвижимости?
Указание. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность события ($X<g$).
7. Ценная бумага может подорожать на 1% в течение следующего месяца с вероятностью 0,6. Она также может подешеветь на 1% в течение следующего месяца с вероятностью 0,4. Предполагая, что ежемесячные изменения цены независимы, рассчитайте:
а) вероятность того, что за три месяца цена станет равной $(1,01)^3$ от первоначальной;
б) вероятность того, что за три месяца цена станет равной $0,99 \cdot (1,01)^2$ от первоначальной.
8. Стоимость заказов поступающих на предприятие, обычно представляет собой нормальное распределение со средней стоимостью 20000 ф. ст. и среднеквадратическим отклонением в 5000 ф. ст. Имеется портфель в 100 заказов. Найдите, какова вероятность того, что средний заказ (выборочная средняя) имеет стоимость свыше 21000 ф. ст.
9. Сколько существует способов составления в случайном порядке списка из 7 кандидатов для выбора на руководящую должность? Какова вероятность того, что кандидаты будут расставлены в списке по возрасту (от меньшего к большему)?
10. Модельер, разрабатывающий новую коллекцию одежды к весеннему сезону, создает модели в зеленой, черной и красной цветовой гамме. Вероятность того, что зеленый цвет будет в моде весной, модельер оценивает в 0,3, что черный – в 0,2, а вероятность того, что будет моден красный цвет – в 0,15. Предполагая, что цвета выбираются независимо друг от друга, оцените вероятность того, что цветовое решение коллекции будет удачным хотя бы по одному из выбранных цветов.

Вариант 23

1. Из слова "НАУГАД" выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет буква У? Какова вероятность того, что эта будет гласная?

2. Найдите вероятность того, что игрок в бридж получит а) 5 карт одной масти, 4 другой, 3 третьей и 1 четвертой б) 4 карты одной масти, 4 второй, 3 третьей и 3 четвертой.

3. Тест многократного выбора предоставляет для ответа на каждый вопрос четыре возможности. Таким образом, если студент знает правильный ответ, то для него вероятность правильного ответа равна 1; если же он идет по пути угадывания, то вероятность правильного ответа равна 0,25. Предположим, далее, что хороший студент знает 90% ответов; а плохой 50%. Если хороший студент ответит правильно, то какова вероятность того, что он просто угадал? Ответьте на тот же вопрос для плохого студента.

4. Бросается четыре раза обычная игральная кость. Какова вероятность того, что выпадут в точности две пятерки.

5. Предположим, что в среднем на каждую тысячу человек только один имеет особенно редкую группу крови. Какова вероятность того, что в городе с населением в 10000 человек не найдется ни одного человека с такой группой крови.

6. Инвестор имеет возможность составить портфель из трех видов некоррелированных бумаг, эффективности E_i и риски σ_i ; которых даны в таблице. Рассмотрите все варианты составления портфеля из этих бумаг равными долями. Дать графическое изображение всех этих портфелей точками (по осям координат - эффективность, риск). Есть ли точки, оптимальные по Парето?

i	1	2	3
E_i	2	4	6
σ_i	1	3	5

7. Изучение ежедневных изменений цен на двух финансовых рынках выявило следующее:

Рынок 1

	Рост цен	Падение цен
Рост цен	165	26
Падение цен	32	137

Рассчитайте вероятности:

а) роста цен на рынке 1;

б) роста цен на рынке 1 при условии, что цены на рынке 2 растут;

в) роста цен на рынке 2 при условии, что цены на рынке 1 растут.

8. Имеется нормальная совокупность со средним, равным 240, и среднеквадратичным отклонением, равным 60.

1) Найдите 95%-ные доверительные пределы для значений в данной совокупности.

2) Если из данной совокупности взять выборку из 100 единиц, то каковы 95%-ные доверительные пределы для выборочного среднего?

9. Руководство фирмы выделило отделу рекламы средства для помещения в печати объявлений о предлагаемых фирмой товарах и услугах. По расчетам отдела рекламы выделенных средств хватит для того, чтобы поместить объявления только в 15 из 25 городских газет. Сколько существует способов случайного отбора газет для помещения объявлений? Какова вероятность того, что в число отобранных попадут 15 газет, имеющих наибольший тираж?

10. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу определенного продукта по каждому каналу из 3 центральных телевизионных каналов, равна 0,05. Предполагается, что эти события – независимы в совокупности. Чему равна вероятность того, что потребитель увидит рекламу: а) по всем 3 каналам; б) хотя бы по 1 из этих каналов?

Вариант 24

1. Студент озабочен предстоящим экзаменом по английскому языку и по математике. По его мнению, вероятность, того, что он сдаст английский язык, равна 0,4; вероятность, что он сдаст по крайней мере один предмет равна 0,6, но вероятность того, что он сдаст оба предмета, равна всего лишь 0,1. Какова вероятность того, что он сдаст экзамен по математике?
2. Найдите вероятность получения следующих карт при игре в покер, (в покере каждый игрок получает пять карт, выбранных наугад из колоды в 52 карты), а) "Флеш - Рояль" (десятка, валет, дама, король, туз одной масти); б) "Стрит - Флеш" (пять последовательных карт одной масти, но не «Флеш - Рояль»); в) "Каре" (четыре карты одного и того же значения).
3. В мае вероятность дождливого дня равна 0,2. Для команды Янки вероятность выиграть в ясный день равна 0,7, но зато в дождливый день вероятность равна 0,4. Если нам известно, что в мае они выиграли некоторую игру, то какова вероятность, того, что в тот день шел дождь?
4. Какова вероятность получения 70% или более правильных ответов при простом отгадывании на экзамене, состоящем в определении истинности или ложности 10 утверждений?
5. Известно, что в среднем 5% студентов носят очки. Какова вероятность, что у 200 студентов, сидящих в аудитории, окажется не менее 10%, носящих очки?
6. Сформировать оптимальный портфель заданной эффективности из трех видов ценных бумаг: безрисковых эффективности, равной четырем, и некоррелированных рискованных ожидаемых эффективностей 8 и 20 с рисками 4 и 10 соответственно. Как устроена рискованная часть оптимального портфеля? При какой ожидаемой эффективности портфеля возникает необходимость в операции «short sale», и с какими ценными бумагами?
7. Для принятия решений о покупке ценных бумаг была разработана система анализа рынка. Из прошлых данных известно, что 5% рынка представляют собой "плохие" ценные бумаги — неподходящие объекты для инвестирования. Предложенная система определяет 98% "плохих" ценных бумаг как потенциально "плохие", но также определяет 15% пригодных инвестиций как потенциально "плохие". При условии, что ценная бумага была определена как потенциально "плохая", какова вероятность того, что ценная бумага в действительности "плохая"? Прокомментируйте пригодность системы для принятия инвестиционных решений.
8. Установлено, что количество пациентов, поступающих еженедельно на лечение в клинику Св. Иосифа, представляет собой нормальное распределение со средней арифметической в 400 пациентов и среднеквадратическим отклонением в 90 пациентов.
 - 1) Найдите вероятность того, что в данную неделю количество пациентов, поступающих в клинику:
 - а) более 500 человек;
 - б) менее 250 человек;
 - в) 350 - 450 человек;
 - г) 400 - 480 человек;
 - д) 420 - 520 человек.
 - 2) В течение данного года (52 недели) каково количество недель, на которые придется более 550 поступлений клиентов?
9. Менеджер рассматривает кандидатуру 8 человек, подавших заявление о приеме на работу. Сколько существует способов приглашения кандидатов на собеседование в случайном порядке? Какова вероятность того, что они случайно будут приглашены на собеседование в зависимости от времени их прихода в офис?
10. Торговый агент предлагает клиентам иллюстрированную книгу. Из предыдущего опыта ему известно, что в среднем 1 из 65 клиентов, которым он предлагает книгу, покупает ее. В течение некоторого промежутка времени он предложил книгу 20 клиентам. Чему равна вероятность того, что он продаст им хотя бы одну книгу? Прокомментируйте предположение, которые вы использовали при решении задачи.

Вариант 25

1. Известно, что студент имеет вероятность 0,9 сдать некоторый экзамен и вероятность 0,6 сдать его ниже, чем на "отлично". Какова вероятность того, что студент получит оценку "хорошо" или "удовлетворительно".

2. Найдите вероятность получения следующих карт при игре в покер (в покере каждый игрок получает пять карт, выбранных наугад из колоды в 52 карты) а) "Фул" (две карты одного значения и оставшиеся три карты также одного и того же значения); б) "Стрит" (пять последовательных карт, но все одной масти); в) "Стрит" или лучше, чем "стрит"

3. На фабрике 1,2,3 производится соответственно 5000, 8000 и 2000 электроламп. Известно, что на фабрике один удельный вес испорченных ламп в общем их выпуске соответствует 0,3%, на фабрике 2 - 0,2%, на фабрике 3 - 0,5%. Определить, на какой из фабрик изготовлена купленная испорченная лампа (с наибольшей вероятностью).

4. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле из лука равна $1/3$. Производится шесть выстрелов, какова вероятность ровно двух попаданий? Каково наимвероятнейшее число попаданий.

5. Вероятность найти белый гриб среди прочих равна $1/4$. Какова вероятность того, что среди 300 грибов белых будет 75?

6. В таблице указаны курс акций E и эффективность рынка F на протяжении ряда кварталов. Найти регрессию курса акций на эффективность рынка, а также оценки характеристик акций: «собственной» вариации v и α , β , R^2 (эффективность безрисковых вложений равна 6).

E:	25	24	24	25	26	26	26	25	2	25
F:	10	9	9	1	10	11	12	10	9	10

7. Обзор счетов 400 инвесторов на фондовой бирже дал следующую информацию о числе сделок в течение по-следнего квартала:

X Сделок"	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число держателей финансовых инстру-	14	97	73	34	23	10	6	3	4	2	2

а) постройте график распределения X;

б) найдите вероятность того, что случайно выбранный инвестор произвел: ноль сделок; по крайней мере одну сделку; больше пяти; меньше шести;

в) найдите математическое ожидание и дисперсию числа сделок.

8. Установлено, что почасовые ставки группы квалифицированных работников из всех отраслей экономики США представляют собой нормальное распределение со средним значением 12 долл. США в час и средне-квадратическим отклонением в 2 долл. США в час.

1) Найдите вероятность того, что произвольно взятый квалифицированный работник имеет почасовую ставку:

- а) свыше 16 долл. США;
- б) свыше 10 долл. США;
- в) менее 12 долл. США;
- г) между 10 и 14 долл. США;
- д) между 7 и 11 долл. США;

2) Какова вероятность того, что такой работник получает в пределах одного среднеквадратического отклонения средней арифметической?

3) При наличии группы из 50 таких работников сколько из них, по вашему мнению, получают свыше 15 долл. США в час?

9. На железнодорожной станции имеется 5 путей. Сколькими способами можно расставить на них 3 состава? Какова вероятность того, что составы случайно будут расставлены на путях в порядке возрастания их номеров?

10. В налоговом управлении работает 120 сотрудников, занимающих различные должности.

Все сотрудники	Руководители	Рядовые сотрудники	Итого
Мужчины	29	67	96
Женщины	4	20	24
Итого	33	87	120

На профсоюзном собрании женщины заявили о дискриминации при выдвижении на руководящие должности. Правы ли они?

Вариант 26

1. Ставится доллар против цента за то, что некоторое событие произойдет. В предположении, что пари честное, найдите вероятность наступления этого события.
2. В комнате находится группа из p человек, каждый из которых имеет значок с номером от 1 до p . Если выбирается наугад два человека, то какова вероятность того, что человек с большим номером имеет номер 3? Решите эту задачу для случаев $p=5, 4, 3, 2$.
3. Крыса может выбирать наугад один из пяти лабиринтов. Известно, что вероятность её выхода из различных лабиринтов за три минуты равна 0,6; 0,3; 0,2; 0,1; 0,1. Пусть оказалось, что крыса вырвалась из лабиринта через три минуты. Какова вероятность того, что она выбрала первый лабиринт?
4. В помещении четыре лампы, вероятность работы в течение года для каждой лампы 0,8. Найти вероятность того, что к концу года горят три лампы. Чему равно наименее вероятное число ламп, которые будут работать в течение года.
5. В партии из 768 арбузов каждый арбуз оказывается неспелым с вероятностью $1/4$. Найти вероятность того, что количество спелых арбузов в пределах от 564 до 600.
6. Инвестор имеет возможность составить портфель из трех видов некоррелированных бумаг, эффективности E ; и риски O [которых даны в таблице]. Рассмотрите все варианты составления портфеля из этих бумаг равными долями. Дайте графическое изображение всех этих портфелей точками (по осям координат — эффективность, риск). Есть ли точки, оптимальные по Парето?
7. Ожидаемая рентабельность актива A равна 8% со средним квадратическим отклонением, равным 7%. Ожидаемая рентабельность актива B равна 11% и среднее квадратическое отклонение 10%. Корреляция между этими активами 0,7. Найдите ожидаемую доходность и среднее квадратическое отклонение портфеля, состоящего на 35% из A и на 65% из B .
8. Имеется нормальное распределение со средней арифметической, равной 40, и среднеквадратическим отклонением, равным 10. Найдите участок под нормальной кривой:
 - а) более 45;
 - б) менее 30;
 - в) между 42 и 52;
 - г) менее 48;
 - д) между 28 и 55;
9. Покупая карточку лотереи «Спортлото», игрок должен зачеркнуть 6 из 49 возможных чисел от 1 до 49. Если при розыгрыше тиража лотереи он угадает все 6 чисел, то имеет шанс выиграть значительную сумму денег. Сколько возможных комбинаций можно составить из 49 по 6, если порядок чисел безразличен? Чему равна вероятность угадать все 6 номеров?
10. В фирме 550 работников, 380 из них имеют высшее образование, а 412 – среднее специальное образование, у 375 высшее и среднее специальное образование. Чему равна вероятность того, что случайный выбранный работник имеет или среднее специальное, или высшее образование, или и то и другое?

Вариант 27

1. Из колоды в 52 карты выбирается наугад одна карта а) Какова вероятность того, что это будет карта червонной масти или трефовый король? б) Какова вероятность того, что это будет или червонная дама или "картинка" (т.е. валет, дама, король или туз?)
2. Четыре человека сдают свои шляпы в гардероб. В предположении, что возвращаются наугад, найти вероятность того, что свои собственные шляпы получают в точности 3, 2, 1, 0 человека?
3. В покере Иван имеет очень сильные карты и делает большую ставку. Вероятность, что его противник Пётр имеет более сильные карты, равна 0,5. С более сильными картами Пётр повысил бы ставку с вероятностью 0,9, но с худшими - только с вероятностью 0,2. Предположим, что Петр повышает ставку. Какова вероятность того, что он имеет более сильные карты, чем Иван?
4. Применяемый метод лечения приводит к выздоровлению в 80% случаев. Какова вероятность того, что из 5 больных поправятся 4?
5. Производство даёт 1% брака. Какова вероятность того, что из взятых на исследование 1100 изделий бракованных будет не более 17.
6. Сформируйте оптимальный портфель заданной эффективности из трех видов ценных бумаг: безрисковых эффективности единице, и некоррелированных рискованных ожидаемых эффективностей 3 и 5 с рисками 2 и 4 соответственно. Как устроена рискованная часть оптимального портфеля? При какой ожидаемой эффективности портфеля возникает необходимость в операции «short sale» и с какими ценными бумагами?
7. Текущая цена акции может быть приблизительно смоделирована при помощи нормального распределения с математическим ожиданием £15,28 и средним квадратическим отклонением, равным £0,12. Рассчитайте вероятности того, что цена:
а) не ниже £15,5; в) между £15,10 и £15,40;
б) не выше £15,00; г) между £15,05 и £15,10
8. Начальник отдела кадров крупной организации обнаружил, что при подборе руководителей среднего звена только один из четырех кандидатов отвечает всем требованиям первичного отбора. Для группы из 10 кандидатов найдите вероятность того, что количество кандидатов, прошедших первичный отбор, окажется:
а) менее 2 человек;
б) два человека или более;
в) более двух человек.
9. Четыре человека случайно отбираются из 10 согласившихся участвовать для интервью для выяснения их отношения к продукции фирмы по производству продуктов питания. Эти 4 человека прикрепляются к 4 интервьюерам. Сколько существует различных способов составления таких групп? Если выбор случаен, чему равна вероятность прикрепления определенного человека к интервьюеру?
10. Финансовый аналитик предполагает, что если норма (ставка) процента упадет за определенный период, то вероятность того, что рынок акций будет расти в это же время, равна 0,80. Аналитик также считает, что норма процента может упасть за этот же период с вероятностью 0,40. Используя полученную информацию, определите вероятность того, что рынок акций будет расти, а норма процента падать в течение обсуждаемого периода.

Вариант 28

1. Выбирается наугад одно число между 3 и 12 включительно. Какова вероятность того, что это число будет четным? Что оно будет четным делиться на 3?
2. Предположим, что трое садятся за стол, за которым стоят подряд шесть стульев. Если они выбирают свои места наугад, то какова вероятность того, что они рассядутся таким образом, что между ними не будет пустых стульев? Какова вероятность того, что между любыми двумя из них будет находиться хотя бы один пустой стул?
3. Некогда были предложены одновременно три экономических теории, которые на основании имевшихся данных представлялись равновероятными. В течение последнего года состояние экономики находилось под наблюдением, и оказалось, что вероятность того развития, какое она получила на самом деле, в соответствии с первой теорией была равна 0,6, а в соответствии с двумя другими - 0,4 и 0,2. Каким образом это изменяет вероятности правильности трех теорий.
4. Один владелец автомашины никогда не платил за стоянку (стоимость стоянки - 5 рублей). Он полагал, что вероятность быть пойманным равна 0,05. Известно, что в первый раз вы отделяетесь предупреждением, второй раз с вас берется штраф в 50 рублей и в последующие разы штраф размером в 100 рублей. Сравните при этих условиях среднюю величину штрафа 20 стоянок со стоимостью этих стоянок по счетчику.
5. Обследуются 500 изделий продукции, изготовленной на предприятии, где брак составляет 2%. Найти вероятность того, что а) Среди них окажется ровно 10 бракованных; б) Число бракованных в пределах от 10 до 20.
6. В таблице указаны курс акций E и эффективность рынка F на протяжении ряда кварталов. Найдите регрессию курса акций на эффективность рынка, а также оценки характеристик акций: «собственной» вариации v и a , (3 , R^2 (эффективность безрисковых вложений равна 6)).

E:	25	2	24	2	26	26	26	25	2	25
F:	10	9	9	1	10	11	12	10	9	10
7. Цена некой ценной бумаги нормально распределена. В течение последнего года на протяжении 20% рабочих дней цена была ниже 20. В 75% случаев цена была выше 25. Найдите математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение цены. Критически рассмотрите применение нормального распределения в данной ситуации. Объясните, как логнормальное распределение может быть использовано для преодоления проблемы.
8. Начальник отдела сбыта крупной портовой организации считает, что один из трех «заходов вслепую» его реализаторов закончится продажей. Если реализатор сделает пять таких заходов к потенциальным клиентам, какова вероятность того, что это закончится:
 - а) ничем;
 - б) одной продажей;
 - в) двумя продажами;
 - г) более чем двумя продажами.
9. Сколькими способами можно рассадить 5 гостей за круглым столом? Какова вероятность того, что гости случайно окажутся рассажеными по росту?
10. Вероятность для компании, занимающейся строительством терминалов для аэропорта, получить контракт в стране А равна 0,4, вероятность выиграть его в стране В равна 0,3. Вероятность того, что контракты будут заключены и в стране А, и в стране В, равна 0,12. Чему равна вероятность того, что компания получит контракт хотя бы в одной стране?

В а р и а н т 29

1. Абонент, набирая телефонный номер, забыл две последние цифры, запомнив лишь то, что эти цифры разные. Найти вероятность того, что абонент наберёт номер правильно.
2. По данным одного из участков технического обслуживания автомобилей деталь А заменяется в среднем в 36% случаев, деталь В в 42% случаев, а одновременно детали А и В подлежат замене в среднем в 30% случаев аварий а) Зависят ли одна от другой замен деталей А и В б) Найти вероятность того, что деталь В будет заменена, если деталь А уже заменена.
3. В группу спортсменов входят 20 гребцов, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность достижения требуемой квалификационной нормы составляет соответственно: 0,9, 0,8 и 0,75. Найти вероятность, что выбранный в случайном порядке спортсмен достигнет требуемой нормы.
4. В данной партии коконов шелкопряда 30% составляют цветные коконы. Какова вероятность, что при отборе в случайном порядке среди 10 отобранных коконов: а) цветных будет три? б) цветных будет более трёх?
5. Прядильница обслуживает 1000 веретён. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течении 1 мин составляет 0,004. Найти вероятность, что за 1 мин произойдёт обрыв нити на 5 веретенах.
6. Рассмотрим несколько различных операций (Q_1 , Q_2 , Q_3) со случайным доходом. Вычислите для всех операций ожидаемый доход Q , СКО σ . Нанесите эти характеристики на единый рисунок, получив графическое изображение операции. С помощью взвешивающей формулы $E(Q, \sigma) = 4Q - \sigma$ найдите лучшую и худшую операции.
7. Ценная бумага может подорожать на 1% в течение следующего месяца с вероятностью 0,6. Она также может подешеветь на 1% в течение следующего месяца с вероятностью 0,4. Предположим, что ценная бумага в данный момент стоит £10. Найдите вероятность того, что она будет стоить £10,40 через год.
8. Один из десяти пациентов, поступающих в отделение скорой помощи клиники Св. Иосифа, нуждается в однодневном пребывании в стационаре для проведения наблюдений и дополнительных анализов. Для группы из шести поступающих пациентов какова вероятность того, что среди них окажется:
а) только один такой пациент;
б) более двух таких пациентов;
в) менее двух таких пациентов.
9. Девять запечатанных пакетов с предложениями цены на аренду участков для бурения нефтяных скважин поступило утром в специальное агентство утренней почтой. Сколько существует различных способов очередности вскрытия конвертов с предложениями цены? Какова вероятность того, что конверты случайно окажутся вскрытыми в зависимости от величины предлагаемой за аренду участков цены?
10. Город имеет 3 независимых резервных источника электроэнергии для использования в случае аварийного отключения постоянного источника электроэнергии. Вероятность того, что любой из 3 резервных источников будет доступен при отключении постоянного источника, составляет 0,8. Какова вероятность того, что не произойдет аварийное отключение электроэнергии, если выйдет из строя постоянный источник?

Q_1	-10	0	10	30
	0,1	0,2	0,5	0,2
Q_2	-10	0	10	30
	0,3	0,2	0,1	0,4
Q_3	-10	0	10	30
	0,3	0,1	0,2	0,4

Вариант 30

1. Некто готов держать пари с условиями 5:4, что в первенстве России по футболу выиграет команда Спартак. Какой должна быть вероятность выигрыша команды Спартак для того, чтобы это пар было честным.

2. 50 мужчин и их жены начинают танцевать. Партнёры в танце выбираются по жребью. Каков приближенная вероятность того, что ни один мужчина не будет танцевать со своей женой?

3. Два завода выпускают электрические самовары. 1ый выпускает 60% всей продукции, а 2ой 40%, причём 25% 1го завода и 75% 2го являются стандартными. Найти вероятность того, что данный самовар изготовлен на 2ом заводе, если установлено, что он стандартный.

4. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного из шести телевизоров а) не более одного потребует ремонта б) хотя бы один потребует ремонта.

5. Предполагая, что поражение мишени при одном выстреле равна 0,6, найти вероятность следующих событий: а) при 200 выстрелах мишень будет поражена ровно 100 раз б) не менее 111, но не более 130 раз в) не более 110 раз.

6. Рассмотрим несколько различных операций (Q_1, Q_2, Q_3) со случайным доходом. Вычислите для всех операций ожидаемый доход Q , СКО g . Нанесите эти характеристики на единый рисунок, получив графическое изображение операции. С помощью взвешивающей формулы $E(Q, g) = 5Q - g$ найдите лучшую и худшую операции.

Q_1	-10	0	20	50
	0,1	0,2	0,5	0,
Q_2	-10	0	20	50
	0,3	0,2	0,1	0,
Q_3	-10	0	20	50
	0,3	0,1	0,2	0,

7. В брокерской конторе для стимулирования прибыльности торговли по отношению к сотрудникам применяется система премий. В соответствии с этой системой сотрудник, не достигавший установленного дневного уровня прибыли на протяжении более трех дней за две недели (10 рабочих дней), теряет свою премию за этот двухнедельный период. Если вероятность того, что сотрудник не выполнит требуемую норму прибыли, равна 0,15, найдите, сколько премий будет потеряно 100 сотрудниками за 50-недельный год? Какие предположения вы делали при нахождении ответа? Соответствует ли это действительности?

8. На предприятии необходимо принять решение относительно того, какой из двух товаров производить. Средств имеется только для производства одного товара. Затраты на накладку производства товара А составляют 10000 ф. ст., а для товара Б они равны 15000 ф. ст. Другие расходы, включая издержки по содержанию персонала и стоимость материалов, аналогичны. Для прогноза вероятных объемов продаж каждого из товаров использовались результаты маркетингового исследования. Вероятности прогнозной валовой прибыли без учета затрат на накладку приведены в таблице:

Валовая прибыль	Товар А	Товар В
Высокая 50000 ф. ст.	0,7	0,8
Низкая 20000 ф. ст.	0,3	0,2

а) С помощью дерева решений определите, какой товар вы начнете производить с целью максимизации ожидаемой прибыли.

б) Повторите упражнение со значением 70000 ф. ст. для «высокой» оценки прибыли. Что -нибудь изменится в ваших рекомендациях?

9. Фирма нуждается в организации 4 новых складов. Ее сотрудники подобрали 8 подходящих одинаково удобных помещений. Сколько существует способов отбора 4 помещений из 8 в случайном порядке? Какова вероятность того, что в число отобранных попадут 4 помещения, расположенные в многоэтажных зданиях?

10. Покупатель может приобрести акции 2 компаний А и В. Надежность 1-й оценивается экспертами на уровне 90 %, а 2-й – 80 %. Чему равна вероятность того, что: а) обе компании в течение года не станут банкротами; б) наступит хотя бы одно банкротство?

Вариант 31

- Из множества слов $U = \{\text{поп, лоб, лось, авось, любовь}\}$ выбрано наугад одно слово. Пусть p , q и $г$ означают высказывания p : это слово имеет две гласные q : первой буквой этого слова является буква "л" $г$: это слово рифмуется со словом морковь. Найти вероятность следующих высказываний а) p ; б) q ; в) $г$; г) $p \vee q$; д)
- В школе имеется три выпускных класса, в каждом из которых 30 человек. На каком условии бы выдержать пари, что по меньшей мере два выпускника имеют один и тот же день рождения?
- Два охотника одновременно стреляют одинаковыми пулями в медведя. В результате медведь был убит одной пулей. Как охотники должны поделить шкуру убитого медведя, если известно, что вероятность попадания у первого охотника 0.3, а у второго 0.6.
- В кошельке лежат 8 монет достоинства 5 копеек и 2 монеты достоинством 3 копейки. Наудачу выбирается монета и бросается 5 раз. Какова вероятность того, что в сумму будет 15 очков, если герб принимается за ноль очков.
- Вероятность появления события A в опыте равна 0.2. Опыт повторим независимым образом 400 раз. Какова вероятность того, что при этом событие A произойдет а) 70 раз; б) 80 раз; в) не менее 70, но не более 90 раз; г) не менее 76, но не более 86 раз; д) не менее 78 раз; е) не более 78 раз.
- Инвестор может формировать портфель из различных видов ценных бумаг, нормы прибыли по которым являются случайными величинами $X_1, \dots, X_n$, $MX_i = a_i$, $DX_i = \sigma_i^2$, $\text{cov}(X_i, X_j) = 0, i \neq j$. Определить доли вложения

капитала $q_i, 0 \leq q_i \leq 1, \sum_{i=1}^n q_i = 1$, в различные ценные бумаги, обеспечивающие среднюю норму $a = 10$ и

минимизирующие дисперсию нормы прибыли портфеля $X = \sum_{i=1}^n q_i X_i$ на основе следующих данных:

i	1	2	3	4	5	6
a_i (%)	11	10	9	8	7	6
σ_i (%)	4	3	1	0,8	0,7	0,7

- Поступление информации на торговую площадку в течение напряженного торгового периода подчиняется распределению Пуассона с математическим ожиданием 3,5 сообщения в минуту. Какова вероятность того, что в течение следующей минуты:

- не поступит ни одного сообщения;
- поступит по крайней мере одно сообщение;
- поступят два сообщения;
- поступят четыре сообщения.

Какова вероятность поступления более 20 сообщений в течение 5 минут? Посмотрите, насколько близко к это-

му результату был бы получен ответ при использовании приближения к нормальному освоению.

- В таблицы приведены данные по дневной выработке крупного предприятия обрабатывающей отрасли промышленности. Цифры приведены в ящиках производимой продукции. В каждом ящике содержится 1000 кг продукции. Ящики запечатаны и готовы к транспортировке.

Дневная выработка (кол-во ящиков):	4	5	6	7	8	9	10
Процент дней:	7	14	21	34	12	8	4

Найдите ожидаемое количество ящиков, производимых за день. Поясните фактический смысл полученного значения.

- Для разгрузки поступивших товаров менеджеру требуется выделить 6 из 20 имеющихся рабочих. Сколькими способами можно это сделать, осуществляя набор в случайном порядке? Какова вероятность того, что в число отобранных войдут самые высокие рабочие?

- Стандарт заполнения счетов, установленный фирмой, предполагает, что не более 5 % счетов будет заполняться с ошибками. Время от времени компания проводит случайную выборку счетов для проверки правильности их заполнения. Исходя из этого, что допустимый уровень ошибок – 5 % и 10 счетов отобраны в случайном порядке, чему равна вероятность того, что среди них нет ошибок?

Вариант 32

1. Бросается игральная кость. Найдите вероятность того, что а) выпадет нечетное число очков; б) выпадет более двух очков; в) выпадет семь очков.
2. На каком условии согласились вы держать пари, что по меньшей мере два участника сборной команды по футболу имеют один и тот же день рождения?
3. Два охотника одновременно и независимо стреляют в кабана. Известно, что первый попадет с вероятностью 0.8, а второй 0.4. Кабан убит, и в нем обнаружена одна пуля. Как делить кабана?
4. Из колоды 52 хорошо перетасованных карт случайным образом с возвращением вынимается 8 карт. Найдите вероятность того, что среди выбранных будет 6 червей.
5. Пусть вероятность того, что покупателю необходима обувь 41-го размера, равна 0.2. Найдите вероятность того, что из 750 покупателей а) ровно потребуется этот размер; б) не более 120 потребуется обувь этого размера; в) менее 150 потребуют этот размер.
6. Инвестор покупает ценные бумаги за счет займа, взятого с процентной ставкой r под залог недвижимости. Процентная ставка на ценные бумаги X - случайная величина с $MX=a$, $a>r$, $DX=\sigma^2$. Какова вероятность того, что инвестор не сможет вернуть долг и лишится своей недвижимостью? Указание. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность события $(X<r)$.
7. Что вы понимаете под терминами "выборочное распределение выборочной средней" и "выборочное распределение выборочной дисперсии"? Рассчитайте стандартную ошибку средней по отношению к доходу по финансовому индексу со средним значением в 10% и средним квадратическим отклонением 16% на основе 60 наблюдений.
8. Возьмём покупателей, проходящих в магазин компании «Даунбрукс». В зависимости от того, какие изделия конкретно они покупают в этом магазине, всех покупателей можно разбить на несколько групп: 60% покупают «домашние» школьные изделия, 20% покупают кондитерские изделия массового производства. Остальные покупают другие изделия, например ириски. Из общего числа сделавших покупки 30% покупателей снова приходят в магазин в течение следующего месяца. Из них 5% жалуются на качества «домашних» школьных изделий, 15% - на изделия массового производства и 10% на остальные. Нарисуйте дерево вероятностей, представляющее этих покупателей, и используйте его для определения вероятностей того, что:
а) покупатель купит «домашние» школьные изделия и вернётся в течение месяца с жалобой;
б) покупатель купит изделия массового производства и больше не придет;
в) покупатель подаст жалобу.
9. Руководство фирмы может обратиться в 6 туристических агентств с просьбой об организации для своих сотрудников 3 различных туристических поездок. Сколько существует способов распределения 3 заявок между 6 агентствами, если каждое агентство может получить не более одной заявки? Какова вероятность того, что заявки получают агентства с наибольшим оборотом, причем, чем крупнее агентство, тем крупнее заявку оно получает?
10. На сахарном заводе один из цехов производит рафинад. Контроль качества обнаружил, что 1 из 100 кусочков сахара разбит. Если вы случайным образом извлекаете 2 кусочка сахара, чему равна вероятность того, что, по крайней мере, 1 из них будет разбит? Предполагаем независимость событий, это предположение справедливо вследствие случайности отбора.

Вариант 33

1. В колоде 52 хорошо перетасованные карты. Из неё случайным образом вынимаются 4 карты без возвращения. Найдите вероятность того, что а) все карты короли; б) три карты короли; в) все карты красные; г) две карты красные; д) выбранные карты будут девяткой, валетом и короли одной масти; е) все карты одной масти.
2. Случайным образом выбирается лицо из группы, состоящей из трёх мужчин и восьми женщин. Известно, что в этой группе имеются три супружеских пары, остальные в браке не состоят. E - событие "выбранное лицо женщина". F - событие "выбранное лицо состоит в браке". Для описанного эксперимента укажите содержание событий: $\overline{E}, \overline{F}, EF, E \cup F, (E \cap F), (E \setminus F), F|E, E|F, (E \cup F)|F, (\overline{E \cap F})|E$. Найдите вероятность для каждого события.
3. Три завода выпускают одинаковые изделия, причём первый завод производит - 50%, второй - 20% и третий - 30% всей продукции. Первый завод выпускает - 1% брака, второй завод - 8% и третий - 3%. Наудачу выбранное изделие оказалось бракованным. Найти вероятность того, что оно изготовлено на втором заводе.
4. Для нормальной работы автобазы на линии должно быть не менее восьми машин, а имеется их десять. Вероятность не выхода каждой автомашины на линию равна 0,1. Найти вероятность нормальной работы автобазы на ближайший день.
5. Вероятность выхода из строя изделия за время испытаний на надежность $P=0,05$. Какова вероятность, что за время испытаний 100 изделий выйдут из строя: а) ровно 10 изделий; б) не менее 5 изделий; в) не более 5 изделий; г) от 5 до 10 изделий.
6. Инвестор имеет возможность составить портфель из трех видов некоррелированных бумаг, эффективности E_i и риски σ_i которых даны в таблице. Рассмотрите все варианты составления портфеля из этих бумаг равными долями. Дать графическое изображение всех этих портфелей (по осям координат - эффективность, риск). Есть ли точки, оптимальные по Парето?
7. 20 наблюдений ежедневных доходов по индексу FTSE 100: -0,43 -0,13 -0,38 -0,50 -0,68 0,84 -0,05 -0,53 -0,04 -0,351,07 0,58-0,75 0,26-0,04 0,68-0,51 0,71-0,12 0,02
Используя эти данные, рассчитайте 95%-ный доверительный интервал для выборочной средней и выборочного среднего квадратического отклонения. Повторите расчеты для 90%-ного доверительного интервала. Сравните длины этих доверительных интервалов. Заметьте, что чем меньше степень доверия, тем больше точность, и наоборот.
8. Установлено, что 55% пациентов, поступающих в отделения скорой помощи клиники Св. Иосифа, являются лицами мужского пола. Более того, 10% от числа поступивших нуждаются в обращении.
 - 1) Найдите вероятность того, что следующий поступивший в отделение пациент:
 - а) окажется женщиной;
 - б) не потребует дальнейшего лечения;
 - в) окажется мужчиной и не потребует дальнейшего лечения;
 - г) окажется женщиной и не потребует дальнейшего лечения.
 - 2) Имеются два произвольно выбранных пациента из числа поступивших в определённый день. Оценить вероятность того, что:
 - а) они оба мужчины;
 - б) они оба требуют дополнительного лечения;
 - в) только один пациент требует дополнительного лечения;
 - г) первый пациент требует лечения, а второй является женщиной;
 - д) только один пациент - женщина.
9. Для доступа в компьютерную сеть оператору необходимо набрать пароль из 4 цифр. Оператор забыл или не знает необходимого кода. Сколько возможных комбинаций он может составить для набора пароля: а) если цифры в коде не повторяются; б) если повторяются? С какой вероятностью можно открыть замок с первой попытки?
10. Эксперты торговой компании полагают, что покупатели, обладающие пластиковой карточкой этой компании, дающей право на скидку, с 90%-й вероятностью обратятся за покупкой определенного ассортимента товаров в ее магазины. Если это произойдет, обладатель пластиковой карточки приобретет необходимый ему товар в магазинах этой компании с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что обладатель пластиковой карточки торговой компании приобретет необходимый ему товар в ее магазинах?